

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

МИРОНЧУК ОЛЕКСАНДР ЮРІЙОВИЧ

УДК 621.396.62

ДИСЕРТАЦІЯ

**МЕТОДИ ДВОЕТАПНОГО ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ
БАГАТОПРОМЕНЕВОГО КАНАЛУ В СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ З
ТЕХНОЛОГІЄЮ OFDM**

17 – Електроніка та телекомунікації

172 – Телекомунікації та радіотехніка

Подається на здобуття наукового ступеня доктор філософії.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ О.Ю. МIRONЧУК

Науковий керівник

Шпилька Олександр Олександрович, кандидат технічних наук

Київ - 2020

АНОТАЦІЯ

Мирончук О.Ю. Методи двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктор філософії з галузі знань 17 Електроніка та телекомунікації за спеціальністю 172 Телекомунікації та радіотехніка. – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2020.

У дисертаційній роботі вирішена актуальна наукова задача розробки методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM на базі пілотних підносійних, використовуючи відомі статистичні характеристики каналу. Розроблені методи дозволяють підвищити точність оцінювання частотної характеристики каналу і зменшити ймовірність виникнення помилки під час прийому переданої інформації.

В першому розділі показана актуальність задачі оцінювання частотної характеристики каналу, спотворення якої обумовлені багатопроменевим розповсюдженням сигналів і ефектом Доплера. Розглянуто принципи формування OFDM символів і їх структуру. Виконано огляд схем розміщення пілотних сигналів у структурі OFDM символів та особливостей їх застосування. Розглянуто методи оцінювання частотної характеристики каналу на підносійних з пілотними сигналами та методи інтерполяції значень частотної характеристики на підносійні з даними. Проведено порівняльний аналіз розглянутих методів на модельному прикладі шляхом статистичного моделювання. Результати моделювання показали, що актуальною являється задача розробки методів оцінювання параметрів багатопроменевих каналів з великим часом затримки та значним впливом ефекту Доплера. Виконано постановку задачі дослідження.

В другому розділі розроблено двоетапний метод оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу. На першому етапі значення частотної характеристики фільтруються на пілотних підносійних та екстраполюються на інформаційні підносійні за допомогою алгоритму калманівської фільтрації у прямому і зворотньому напрямках по відношенню до вектора спостережень. На другому етапі виконується об'єднання параметрів апостеріорних розподілів на кожній підносійній. Розроблено двоетапний метод оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів. На першому етапі значення частотної характеристики фільтруються на пілотних підносійних та екстраполюються на інформаційні підносійні за допомогою алгоритму калманівської фільтрації у прямому, зворотньому та в часовому напрямках. На другому етапі виконується об'єднання параметрів апостеріорних розподілів на кожній підносійній. За допомогою статистичного моделювання проведено порівняльний аналіз розроблених методів з відомими.

В третьому розділі розроблено двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу. На першому етапі виконується рекурентний розрахунок параметрів апостеріорних розподілів значень частотної характеристики та апостеріорних ймовірностей інформаційних символів в прямому і зворотньому напрямках по відношенню до вектора спостережень. На другому етапі виконується об'єднання параметрів апостеріорних розподілів та уточнення апостеріорних ймовірностей на кожній підносійній. Розроблено двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів. На першому етапі виконується рекурентний розрахунок параметрів апостеріорних розподілів значень частотної характеристики та апостеріорних ймовірностей інформаційних символів в прямому, зворотньому та в часовому напрямках на кожній

підносійній. На другому етапі виконується об'єднання параметрів апостеріорних розподілів та уточнення апостеріорних ймовірностей на кожній підносійній. За допомогою статистичного моделювання проведено порівняльний аналіз розроблених методів з відомими.

В четвертому розділі виконано аналіз ймовірнісних характеристик систем зв'язку з використанням розроблених методів. Також проведено розрахунок обчислювальних затрат для реалізації розроблених методів та порівняно з обчислювальними затратами для реалізації відомих. На основі результатів моделювань і виконаних розрахунків зроблено висновки про ефективність розроблених методів і можливість їх застосування на практиці.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що:

1. Вперше розроблено метод двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ багатопроменевих каналів в системах зв'язку на базі технології OFDM. На першому етапі виконується сумісне оцінювання інформаційних символів і ЧХ з двох сторін вектора спостережень поточного OFDM символу. На другому етапі виконується об'єднання апостеріорних розподілів і уточнення апостеріорних ймовірностей на кожній із підносійних, які отримані в результаті оцінки на першому етапі.

2. Вперше розроблено метод двоетапного оцінювання ЧХ багатопроменевих каналів в системах зв'язку на базі технології OFDM. Для функціонування розробленого алгоритму необхідно, як і для відомого метода MMSE, знання статистичних властивостей каналу зв'язку. На першому етапі виконується оцінювання ЧХ з двох сторін вектора спостережень поточного OFDM символу. На другому етапі виконується об'єднання апостеріорних розподілів на кожній із підносійних, які отримані в результаті оцінки на першому етапі.

3. Вперше розроблено двоетапні методи оцінювання ЧХ каналу та сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ, які враховують спостереження отримані на попередніх OFDM символах. При цьому на

першому етапі виконується оцінювання як по поточному символу з двох сторін вектора спостережень, так і вздовж кожної із підносійних по спостереженнях з попередніх символів. На другому етапі, аналогічним чином, виконується об'єднання апостеріорних розподілів, які отримані на першому етапі.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що:

1. Розроблені методи двоетапного оцінювання ЧХ каналу і сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу не потребують виконання класичних методів інтерполяції, що робить їх більш ефективними у порівнянні з MMSE методом, особливо в каналах з великим часом затримки сигналу. Зокрема, в каналі з максимальною затримкою 100 мкс при кількості підносійних в OFDM символі рівній 1024, серед яких кожна четверта відведена для пілотних сигналів, розроблені методи оцінювання по поточному прийнятому OFDM символу забезпечують енергетичний виграш до 5 дБ, в порівнянні з методом MMSE. Застосування розроблених методів з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів дозволяє отримати додатковий енергетичний виграш до 2 дБ. Збільшення кількості підносійних з пілотними сигналами у структурі OFDM символу підвищує енергетичний виграш.

2. Обчислювальні затрати на реалізацію розроблених методів двоетапного оцінювання ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів на 2 порядки менші у порівнянні з обчислювальними затратами на реалізацію методу MMSE. Розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів потребують на порядок менше обчислювальних затрат у порівнянні з методом MMSE.

3. Розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу та з

урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів, на відміну від методів LS, MMSE та розроблених методів двоетапного оцінювання ЧХ каналу, не потребують подальшого прийняття рішень стосовно переданих інформаційних символів, оскільки це виконується безпосередньо під час виконання розроблених методів двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу.

Результати наукових досліджень можуть бути використані при розробці перспективних і модернізації існуючих приймачів сигналів в системах зв'язку з OFDM технологією для покращення їх ймовірнісних характеристик при роботі з багатопробіжними каналами із великими затримками. Основні теоретичні положення використовуються в навчальному процесі в дисципліні «Теорія передавання інформації».

Ключові слова: OFDM, цифровий зв'язок, безпроводний канал зв'язку, багатопробіжне поширення сигналів, ефект Доплера, оцінка параметрів каналу, частотна характеристика, кореляційна функція, авторегресійна модель, фільтр Калмана, фільтрація, об'єднання оцінок, інтерполяція, апостеріорна щільність ймовірності.

SUMMARY

Myronchuk O. Methods of two-stage estimation of multipath channel parameters in communication systems with OFDM technology. - Qualification manuscript.

PhD thesis in the field of knowledge 17 Electronic and Telecommunications in specialty 172 Telecommunications and Radio Engineering. – National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, 2020.

An actual scientific problem of developing of methods of two stage estimation of multipath channel parameters in communication systems with OFDM technology that uses known channel statistical parameters has been solved. The developed methods allow to increase the accuracy of channel frequency response estimation and to reduce the probability of error during the receiving of transmitted information.

The first section shows the relevance of the problem of estimating the channel frequency response distortion, which is caused to multipath propagation of the signal and the Doppler effect. The principles of OFDM symbol formation and their structure was considered. An overview of pilot signal placement schemes in the structure of OFDM symbols and features of their application has been performed. Methods of channel frequency response estimation on subcarriers with pilot signals and methods of interpolation of frequency response values on subcarriers with data were considered. The comparative analysis of the considered methods on a model example by statistical modeling was carried out. The simulation results showed that the problem of developing methods for estimating the parameters of multipath channels with a long delay time and a significant influence of the Doppler effect is urgent. The research problem was formulated.

In the second section the method of two-stage channel frequency response estimation using only currently received OFDM symbol has been developed. At the first stage, the values of the frequency response are filtered on the pilot subcarriers and extrapolated to the information subcarriers using the Kalman

filtering algorithm in the forward and backward directions relative to the observation vector. In the second stage, the combining of parameters of a posteriori distributions on each subcarrier is performed. The method of two-stage channel frequency response estimation using estimates from previously received OFDM symbols has been developed. At the first stage, the values of the frequency response are filtered on the pilot subcarriers and extrapolated to the information subcarriers using the Kalman filtering algorithm in the forward, backward and time directions. In the second stage, the combining of parameters of a posteriori distributions on each subcarrier is performed. Using the statistical modeling the comparative analysis of the developed methods with known ones was carried out.

In the third section the method of two-stage joint estimation of information symbol and channel frequency response using only currently received OFDM symbol has been developed. At the first stage, a recurrent calculation of the parameters of the a posteriori distributions of the values of the frequency response and the a posteriori probabilities of the information symbols in the forward and backward directions relative to the observation vector is performed. At the second stage the combining of parameters of a posteriori distributions and specification of a posteriori probabilities on each subcarrier is carried out. The method of two-stage joint estimation of information symbol and channel frequency response using estimates from previously received OFDM symbols has been developed. At the first stage, a recurrent calculation of the parameters of the a posteriori distributions of the values of the frequency response and the a posteriori probabilities of the information symbols in the forward, backward and time directions on each subcarrier is performed. At the second stage the combining of parameters of a posteriori distributions and specification of a posteriori probabilities on each subcarrier is carried out. Using the statistical modeling the comparative analysis of the developed methods with known ones was carried out.

In the fourth section the analysis of the probabilistic characteristics of communication systems using the developed methods was performed. The calculation of computational costs for the implementation of the developed

methods and comparison with the computational costs for the implementation of known methods was carried out. Based on the results of simulations and calculations, conclusions about the effectiveness of the developed methods and the possibility of their application in practice were made.

The scientific novelty of obtained results is as follows:

1. For the first time, a method of two-stage joint evaluation of information symbols and frequency response of multipath channels in communication systems based on OFDM technology has been developed. In the first stage, a joint estimation of the information symbols and the frequency response on both sides of the observation vector of the current OFDM symbol is performed. In the second stage, the a posteriori distributions are combined and the a posteriori probabilities on each of the subcarriers are refined, which are obtained as a result of the assessment in the first stage.

2. For the first time, a method of two-stage estimation of frequency characteristics of multipath channels in communication systems based on OFDM technology was developed. The operation of the developed algorithm requires, as for the known MMSE method, knowledge of the statistical properties of the communication channel. In the first stage, the frequency response is estimated on both sides of the observation vector of the current OFDM symbol. In the second stage, the a posteriori distributions on each of the subcarriers, which are obtained as a result of estimation in the first stage, are combined.

3. For the first time, two-stage methods of channel frequency response estimation and joint estimation of information symbols and frequency response have been developed, which take into account observations obtained on previous OFDM symbols. In this case, at the first stage, the estimation is performed both on the current symbol on both sides of the observation vector and along each of the subcarriers on the observations of the previous symbols. In the second stage, the combining of a posteriori distributions obtained in the first stage is similarly performed.

Practical importance of obtained results is as follows:

1. The developed methods of two-stage estimation of channel frequency response and joint estimation of information symbols and frequency response of the channel do not require classical interpolation methods, which makes them more efficient compared to MMSE method, especially in channels with long signal delay. In particular, in the channel with a maximum delay of 100 μ s with the number of subcarriers in the OFDM symbol equal to 1024, among which every fourth is allocated for pilot signals, the developed estimation methods for the currently received OFDM symbol provide energy gain of up to 5 dB, compared to MMSE. The application of the developed methods that take into account the estimates from the previously accepted OFDM symbols allows obtaining additional energy gain of up to 2 dB. Increasing the number of subcarriers in the OFDM symbol structure increases the energy gain.

2. The computational costs for the implementation of the developed methods of two-stage estimation of the frequency response on the currently received symbol and taking into account the estimates from the previously accepted OFDM symbols are 2 orders of magnitude lower than the computational costs for the MMSE method. The developed methods of two-stage joint estimation of information symbols and frequency response on the currently received symbol and taking into account estimates from previously accepted OFDM symbols require an order of magnitude less computational costs compared to the MMSE method.

3. Developed methods of two-stage joint estimation of information symbols and frequency response on the current received symbol and taking into account estimates from previously received OFDM symbols in contrast to LS, MMSE methods and developed methods of two-stage estimation of channel frequency response do not require further decisions on transmitted information symbols, as this is done directly during the implementation of the developed

methods of two-stage joint estimation of information symbols and frequency response of the channel.

The results of this thesis can be used in the development of promising and modernization of existing signal receivers in communication systems with OFDM technology to improve their probabilistic characteristics in the case of multipath channels with long delays. The main theoretical results of this thesis are used in the educational process in the discipline "Theory of information transfer" at the Radioengineering Faculty of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

Keywords: OFDM, digital communication, wireless communication channel, multipath signal propagation, Doppler effect, estimation of channel parameters, frequency response, correlation function, autoregressive model, Kalman filter, filtering, combining of estimates, interpolation, a posteriori density probability.

**Список публікацій здобувача, в яких опубліковані основні наукові
результати дисертації**

1. Мирончук О.Ю. Порівняння методів оцінки параметрів каналу зв'язку в OFDM системах / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Вісник Інженерної академії України – 2018. – №2. – с. 20-26.
2. Мирончук А. Ю. Метод оценивания частотной характеристики канала в OFDM системах на основе фильтрации и экстраполяции пилот-сигналов / А.Ю. Мирончук, А.А. Шпилька, С.Я. Жук // Вестник НТУУ "КПИ". Серия Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2019. - №78. – С. 36-42. doi: 10.20535/RADAP.2019.78.36-42. **(WEB OF SCIENCE)**
3. Myronchuk O. Two-stage Channel Frequency Response Estimation in OFDM Systems / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // Path of Science, Vol. 6, No. 2, pp. 1001-1007, – 2020. doi:http://dx.doi.org/10.22178/pos.55-1
4. Myronchuk O. Yu. Two-Stage Method for Joint Estimation of Information Symbols and Channel Frequency Response in OFDM Communication Systems / O. Yu. Myronchuk, A. A. Shpylka, S. Ya. Zhuk // Radioelectronics and Communications Systems. – 2020.- Vol. 63. – No. 8, pp. 418 - 429. **(SCOPUS)**

**Список публікацій здобувача, які засвідчують апробацію
матеріалів дисертації**

5. Мирончук О.Ю. Моделювання OFDM сигналів / О.Ю. Мирончук // Радіoeлектроніка та молодь у ХХІ столітті: матеріали 21-го міжнародного молодіжного форуму Том 2, Харків, 25-27 квітня 2017р. / ХНУРЕ. – Харків, 2017. – 204с., С. 135-136.
6. Мирончук О.Ю. Методи оцінки каналу в системах зв'язку з OFDM сигналами/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в АТО: матеріали 10-ї науково-практичної конференції, Київ, 9-10 листопада 2017р. / ВІТІ. – Київ, 2017. – 283с., С. 166-167.

7. Myronchuk O., Shpylka O., Smolych D. Kalman filter for channel estimation in OFDM systems. The Eighth World Congress "Aviation in the XXI-st century" – "Safety in Aviation and Space Technologies", Kyiv, Ukraine, october 10-12, 2018. p 5.4.6-5.4.8
8. Мирончук О.Ю. Алгоритм Калмана для оцінки частотної характеристики каналу зв'язку в OFDM системах/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил: матеріали 11-ї науково-практичної конференції, Київ, 8-9 листопада 2018р. / ВІПІ. – Київ, 2018. – 246с., С. 150-151.
9. Мирончук О.Ю. Модель Джейкса для спектральної густини потужності і Допплерівського спектру процесу завмирання / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Міжнародна науково-технічна конференція «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи», Київ, 28-24 листопада 2019р. / НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського». – 2019.
10. Мирончук О.Ю. Моделювання каналів зв'язку з заданими кореляційними властивостями/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил, Київ, 14-15 листопада 2019р. / ВІПІ. – 2019.
11. Myronchuk O. Algorithm Of Channel Frequency Response Estimation In Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems Based On Kalman Filter / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavske, Ukraine, 2020, pp. 31-34, doi: 10.1109/TCSET49122.2020.235385. **(SCOPUS)**
12. Myronchuk O. Two-stage optimal algorithm of filtration the channel frequency response in OFDM systems. / Polit. Challenges Of Science Today. Air

Navigation. Electronics. Telecommunications: Abstracts of the XXth International conference of higher education students and young scientists, Kiev, 2020, p. 106.

ЗМІСТ

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ СКОРОЧЕНЬ	18
ВСТУП	19
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ В СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ З OFDM ТЕХНОЛОГІЄЮ ..	26
1.1 Актуальність задачі оцінювання частотної характеристики в цифрових системах зв'язку з OFDM технологією.....	26
1.2 Аналіз математичних моделей представлення частотної характеристики каналу зв'язку	35
1.3 Аналіз методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку.	38
1.3.1 Огляд методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку на пілотних підносійних.....	39
1.3.2 Моделювання методів оцінювання частотної характеристики на пілотних підносійних.....	43
1.3.3 Огляд методів інтерполяції частотної характеристики на підносійні з даними	46
1.3.4 Моделювання методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку.....	48
1.4 Постановка задачі дослідження.....	50
Висновки по першому розділу.....	52
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ДВОЕТАПНОГО МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ	54
2.1 Постановка задачі	54

2.2 Розробка оптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу	55
2.3 Розробка квазіоптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу	60
2.4 Розробка оптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів.....	66
2.5 Розробка квазіоптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів.....	72
2.6 Аналіз синтезованих алгоритмів	83
Висновки по другому розділу	89
РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА ДВОЕТАПНОГО МЕТОДУ СУМІСНОГО ОЦІНЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИМВОЛІВ І ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ	92
3.1 Постановка задачі	92
3.2 Розробка оптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу	93
3.3 Розробка квазіоптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу	100
3.4 Розробка оптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів.....	113

3.5 Розробка квазіоптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів	120
3.6 Аналіз синтезованих алгоритмів	130
Висновки по третьому розділу	136
РОЗДІЛ 4. ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ І МОЖЛИВОСТІ ПРАКТИЧНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ	139
4.1 Аналіз ймовірнісних характеристик систем зв'язку з використанням розроблених методів	139
4.2 Аналіз обчислювальних витрат для реалізації розроблених методів...	143
Висновки по четвертому розділу.....	155
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ.....	158
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	161
ДОДАТОК А.....	170
ДОДАТОК Б	174

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ СКОРОЧЕНЬ

OFDM	Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
LS	Least Square
MMSE	Minimum Mean Square Error
ISI	Intersymbol Interference
MSE	Mean Square Error
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
BER	Bit Error Rate
ЧХ	частотна характеристика
ЕОМ	електронна обчислювальна машина
ЦОМ	цифрова обчислювальна машина
СКВ	середньоквадратичне відхилення
ДПФ	дискретне перетворення Фур'є
ЗДПФ	зворотнє дискретне перетворення Фур'є
ШПФ	швидке перетворення Фур'є
АЦП	аналогово-цифровий перетворювач
ЦАП	цифро-аналоговий перетворювач
СІХ	скінченна імпульсна характеристика
МК	метод Монте-Карло
ЩЙ	щільність ймовірності

ВСТУП

Актуальність теми. Модуляція з ортогональним частотним мультиплексуванням (OFDM) на сьогодні з кращої сторони зарекомендувала себе для розробок стандартів цифрового мовлення і бездротових широкосмугових систем зв'язку. На її базі побудовані стандарти наземного радіомовлення DAB і DRM, телебачення DVB-T і ISDB-T, мережі мобільного зв'язку 4G і 5G, бездротові мережі доступу до інтернету Wi-Fi і багато інших. Завдяки своїм перевагам технологія OFDM являється пріоритетною при дослідженнях в області створення широкосмугових систем нового покоління. Основна перевага OFDM в тому, що дана технологія дозволяє передавати високошвидкісні потоки інформації по частотно-селективним каналам, при відносно низькій ціні реалізації приймача.

Однією з найбільш ресурсоемних задач при реалізації приймачів в високошвидкісних системах передачі інформації являється задача оцінювання параметрів частотної характеристики (ЧХ) каналу зв'язку, яка змінюється в часі [1,2]. Для вузькосмугових систем передачі інформації існує безліч способів оцінювання ЧХ, які можуть бути побудовані як із використанням навчальної послідовності [3, 4], так і без неї [5]. Зокрема, необхідно відзначити методи сумісного оцінювання ЧХ і детектування інформаційних символів [6, 7], які не вимагають передачі навчальної послідовності. Загалом можна уникнути завдання оцінювання ЧХ каналу використовуючи диференціальну фазову маніпуляцію і некогерентний прийом, однак це обмежує число бітів на символ і призводить до втрати в 3дБ у відношенні сигнал/шум. Когерентний прийом дозволяє використовувати довільні види символівних сузір'їв, але для їх виявлення і декодування потрібні ефективні методи оцінки ЧХ каналу. Всі придатні на практиці методи оцінювання ЧХ каналу в системах з OFDM технологією використовують пілотні сигнали, які являють собою відомі приймачу

символи на розташованих по відомому для приймача закону підносійних. Закон розташування пілотних підносійних вибирається при розробці стандартів систем зв'язку, але всі вони можуть бути розділені на чотири групи: блокове розміщення, комбіноване розміщення, прямокутне розміщення і паралелограмне розміщення [8].

Загалом, частотно-селективний канал може розглядатися як двовимірне комплексне поле, а оптимальна оцінка такого каналу за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки може бути отримана за допомогою двовимірного фільтра Вінера [9]. На жаль, такий підхід занадто складний для практичної реалізації, тому в більшості випадків переходять до оцінки ЧХ каналу по пілотних сигналах з одного OFDM символу. Класичними підходами для оцінювання ЧХ по пілотних сигналах є методи найменших квадратів (з англ. Least Square - LS) і мінімуму середньоквадратичної помилки (з англ. Minimum Mean Square Error - MMSE) [10, 11] з подальшою інтерполяцією ЧХ на інформаційні підносійні. В [12, 13] розроблені методи каузальної і некаузальної двоетапної фільтрації скалярних гауссівських полів, в яких на першому етапі виконується одномірна фільтрація уздовж рядків і стовпців скалярного поля. На другому етапі відбувається об'єднання розрахованих апостеріорних розподілів, в яких враховуються всі спостереження в рядку і стовпці гаусового поля. Такий підхід дозволяє підвищити ефективність обробки в порівнянні з одновимірними методами фільтрації при незначному збільшенні обчислювальних витрат.

При розробці нових методів необхідно враховувати те, що використання етапу інтерполяції обмежує можливості оцінювання ЧХ в каналах з великим часом затримки, оскільки в такому випадку, можливо, не вистачатиме частоти розташування пілотів. Також необхідно відзначити те, що оцінка ЧХ каналу на пілотних підносійних на базі алгоритму MMSE використовує апріорі відомі статистичні характеристики каналу і, до того ж, являється досить складною операцією, кількість комплексних множень для якої прямо пропорційна квадрату кількості пілотних підносійних.

Тому актуальною **науковою** задачею є розробка методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM на базі пілотних підносійних, використовуючи відомі статистичні характеристики каналу. На першому етапі буде виконуватися оцінювання ЧХ каналу шляхом фільтрації на пілотних підносійних та екстраполяції на інформаційні підносійні. На другому етапі буде виконуватися об'єднання апостеріорних розподілів, отриманих на першому етапі для кожної із підносійних.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана на кафедрі «Радіотехнічних пристроїв і систем» радіотехнічного факультету КПІ ім. Ігоря Сікорського в рамках науково-дослідних робіт «Методи оцінювання частотних характеристик каналів зв'язку в системах з OFDM технологією» (номер державної реєстрації 0119U101829).

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є зменшення ймовірності помилки прийому інформаційних символів в широкосмугових системах зв'язку з багатопроменевим розповсюдженням сигналів шляхом розробки методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM, використовуючи відомі статистичні характеристики каналу.

Відповідно до мети, **основними завданнями** дослідження є:

1. Проаналізувати методи оцінювання ЧХ багатопроменевого каналу в OFDM системах, які базуються на використанні пілотних сигналів.
2. Синтезувати оптимальний алгоритм двоетапного оцінювання ЧХ каналу зв'язку, оснований на фільтрації і екстраполяції пілот сигналів.
3. Шляхом гаусівської апроксимації апостеріорних розподілів параметрів каналу синтезувати квазіоптимальний алгоритм двоетапного оцінювання ЧХ каналу зв'язку.
4. Синтезувати оптимальний і квазіоптимальний алгоритми двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів та параметрів багатопроменевого каналу зв'язку.

5. Проаналізувати ефективність синтезованих алгоритмів оцінювання ЧХ каналу шляхом статистичного моделювання на ЕОМ і порівняння їх з відомими.

6. Виконати аналіз обчислювальних затрат і можливостей практичної реалізації синтезованих алгоритмів з використанням сучасної мікропроцесорної техніки.

Об'єктом дослідження є передача інформації через широкосмуговий цифровий канал з частото-селективними замираннями.

Предметом дослідження являються методи оцінювання параметрів багатопроменевого каналу зв'язку.

Методи дослідження. В роботі використовувались методи теорії ймовірностей, марківських випадкових процесів, математичної статистики, оптимальної та адаптивної нелінійної фільтрації в дискретному часі, статистична теорія прийняття рішень і статистичне моделювання на ЕОМ.

Наукова новизна отриманих результатів. Вперше розроблено метод двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ багатопроменевих каналів в системах зв'язку на базі технології OFDM. На першому етапі виконується сумісне оцінювання інформаційних символів і ЧХ з двох сторін вектора спостережень поточного OFDM символу. На другому етапі виконується об'єднання апостеріорних розподілів і уточнення апостеріорних ймовірностей на кожній із підносійних, які отримані в результаті оцінки на першому етапі.

Вперше розроблено метод двоетапного оцінювання ЧХ багатопроменевих каналів в системах зв'язку на базі технології OFDM. Для функціонування розробленого алгоритму необхідно, як і для відомого метода MMSE, знання статистичних властивостей каналу зв'язку. На першому етапі виконується оцінювання ЧХ з двох сторін вектора спостережень поточного OFDM символу. На другому етапі виконується об'єднання апостеріорних розподілів на кожній із підносійних, які отримані в результаті оцінки на першому етапі.

Вперше розроблено двоетапні методи оцінювання ЧХ каналу та сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ, які враховують спостереження отримані на попередніх OFDM символах. При цьому на першому етапі виконується оцінювання як по поточному символу з двох сторін вектора спостережень, так і вздовж кожної із підносійних по спостереженнях з попередніх символів. На другому етапі, аналогічним чином, виконується об'єднання апостеріорних розподілів, які отримані на першому етапі.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені методи двоетапного оцінювання ЧХ каналу і сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу не потребують виконання класичних методів інтерполяції, що робить їх більш ефективними у порівнянні з MMSE методом, особливо в каналах з великим часом затримки сигналу. Зокрема, в каналі з максимальною затримкою 100 мкс при кількості підносійних в OFDM символі рівній 1024, серед яких кожна четверта відведена для пілотних сигналів, розроблені методи оцінювання по поточному прийнятому OFDM символу забезпечують енергетичний виграш до 5 дБ, в порівнянні з методом MMSE. Застосування розроблених методів з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів дозволяє отримати додатковий енергетичний виграш до 2 дБ. Збільшення кількості підносійних з пілотними сигналами у структурі OFDM символа підвищує енергетичний виграш.

Обчислювальні затрати на реалізацію розроблених методів двоетапного оцінювання ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів на 2 порядки менші у порівнянні з обчислювальними затратами на реалізацію методу MMSE. Розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів потребують на порядок менше обчислювальних затрат у порівнянні з методом MMSE.

Розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів, на відміну від методів LS, MMSE та розроблених методів двоетапного оцінювання ЧХ каналу, не потребують подальшого прийняття рішень стосовно переданих інформаційних символів, оскільки це виконується безпосередньо під час виконання розроблених методів двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу.

Результати наукових досліджень можуть бути використані при розробці перспективних і модернізації існуючих приймачів сигналів в системах зв'язку з OFDM технологією для покращення їх ймовірнісних характеристик при роботі з багатопробіжними каналами із великими затримками. Основні теоретичні положення використовуються в навчальному процесі в дисципліні «Теорія передавання інформації».

Особистий внесок. Основні теоретичні положення і результати моделювання в дисертаційній роботі отримані автором самостійно. У співавторстві з науковим керівником сформульовані мета і завдання досліджень, висновки. Особистий внесок автора в наукових працях, опублікованих у співавторстві, такий: в [14] виконано аналіз існуючих методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку на пілотних підносійних та методів інтерполяції значень частотної характеристики на підносійні з даними; в [15] отримано квазіоптимальний двоетапний метод оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу; в [16] отримано квазіоптимальний двоетапний метод оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок з попередніх прийнятих OFDM символів; в [17] синтезовано оптимальний і квазіоптимальний двоетапні методи сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації та основні положення, отримані в роботі, представлялися на: XXI міжнародному молодіжному форумі «Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті» (м. Харків, 2017); X науково-практичній конференції «Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в АТО» (м. Київ, 2017); VIII Всесвітньому конгресі «Авіація в XXI столітті» (м. Київ, 2018); XI, XII науково-практичних конференціях «Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил» (м. Київ, 2018, 2019); міжнародній науково-технічній конференції «Радіотехнічні поля, сигнали та системи» (м. Київ, 2019); XX міжнародній науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених «Політ. Сучасні проблеми науки» (м. Київ, 2020); TCSET-2020: 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (Lviv-Slavske, Ukraine, 2020).

Публікації. За результатами дисертаційної роботи опубліковано 12 наукових робіт, в тому числі 4 статі в провідних фахових виданнях, з яких 1 у виданнях України, які включені до міжнародної наукометричної бази WEB OF SCIENCE, та 1 в іноземних виданнях, які включені до міжнародної наукометричної бази SCOPUS, 8 тез доповідей.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, двох додатків. Робота містить 175 сторінок, в тому числі 160 сторінок основного тексту, 45 рисунків, 19 таблиць. Список використаної літератури включає 78 найменувань. Додатки розміщено на 6 сторінках.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ В СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ З OFDM ТЕХНОЛОГІЄЮ

Equation Section 1

1.1 Актуальність задачі оцінювання частотної характеристики в цифрових системах зв'язку з OFDM технологією

В системах безпроводного зв'язку сигнали з місця передачі в точку прийому, як правило, проходять по декількох різних шляхах, що зумовлено особливостями поширення радіохвиль. Виділяють три основних механізми, які визначають поширення радіохвиль у реальному середовищі: відбиття, розсіювання і дифракція [18]. Відбиття виникає при попаданні радіохвилі на гладку поверхню, розміри якої суттєво перевищують довжину хвилі. Дифракція виникає при попаданні радіохвилі на перешкоди з гострими кряями, внаслідок чого виникає збудження вторинних хвиль. Розсіювання радіохвиль виникає при зіткненні з нерівними поверхнями чи поверхнями, розмір яких порядку довжини хвилі або менший, що призводить до відбиття енергії у всіх напрямках.

Сукупний ефект цих механізмів є випадковим і складним. У найпростішому випадку, якщо між передавачем і приймачем є пряма видимість, то радіохвилі поширюються по прямій. При наявності одного відбивача, який не перетинає лінії прямої видимості, в точку прийому приходять радіохвилі, що рухались двома різними шляхами. Один з них пряма лінія «передавач-приймач» (прямий промінь), інший – ламана лінія «передавач-відбивач-приймач» (відбитий промінь). Якщо прямої видимості немає, то радіохвилі рухаються лише по шляху «передавач-відбивач-приймач». В реальних умовах існує велика кількість таких променів, які мають складні траєкторії. Канали передачі інформації, в яких в точку прийому приходять багато променів, називаються багатопроменими [19]. Приклад багатопроменевого поширення зображено на рис. 1.1.

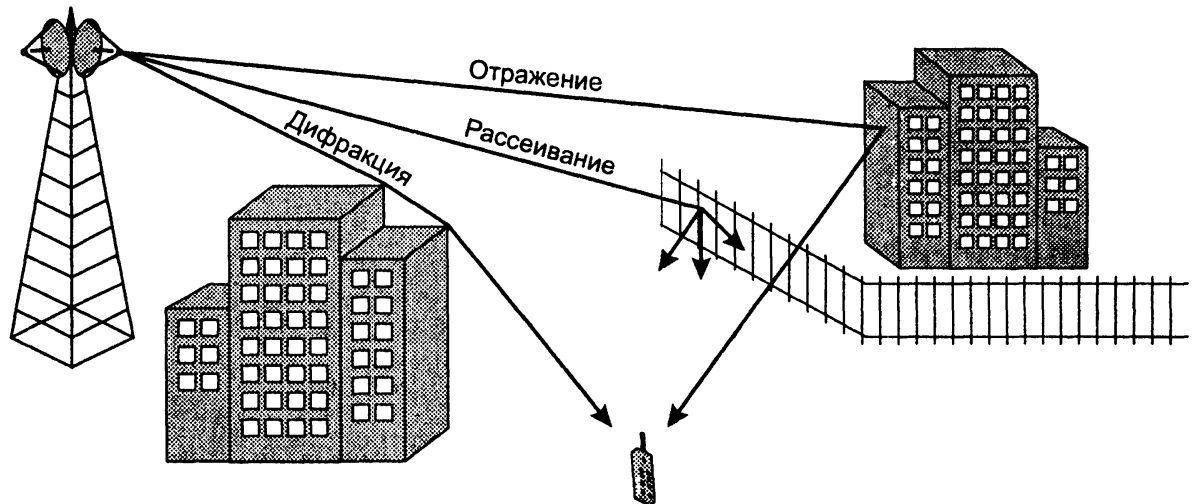


Рис. 1.1 Схема багатопроменевого поширення радіохвиль

В результаті проходження через багатопроменевий канал в точці прийому сигнал представляє собою інтерференцію власних копій, зміщених у часі з різною амплітудою та фазою. Амплітуда копій залежить від кількості і характеристик перешкод на шляху поширення радіохвиль. Фаза копій залежить від відстані, яку проходять радіохвилі. Залежно від значень часових затримок розповсюдження, в точці прийому сигнали з різних променів можуть бути складені як в фазі, так і в протифазі, що спричиняє утворення частотно-селективних завмирань – хаотичних змін рівня сигналу в точці прийому, викликаних умовами радіопередачі і властивостями середовища поширення радіохвиль [20]. Імпульсна характеристика такого багатопроменевого каналу має наступний вигляд [19]

$$h_{rf}(t) = \sum_i h_i(t) \delta(t - \tau_i), \quad (1.1)$$

де $h_i(t)$ – коефіцієнт згасання в i -му промені; τ_i – затримка розповсюдження по i -му променю.

В стаціонарних системах зв'язку багатопроменеві канали описуються такими числовими характеристиками як розсіювання потужності прийнятого сигналу в часі і смуга когерентності [18].

Розсіювання потужності прийнятого сигналу в часі характеризує імпульсну характеристику каналу. Головною причиною виникнення цього

ефекту є наявність шляхів поширення радіохвилі різної довжини. Найважливішими параметрами імпульсної характеристики радіоканалу є середній час затримки і середньоквадратичне розширення затримки. За цими параметрами може бути описаним максимальний час затримки τ_{\max} переданого сигналу відносно прийнятого по найкоротшому шляху.

Смуга когерентності ΔF_{coh} являє собою статистичну міру діапазону частот, в межах якого канал пропускає всі спектральні компоненти з приблизно однаковим коефіцієнтом підсилення і лінійною зміною фази. Коефіцієнт кореляції таких двох спектральних компонент, які пройшли через канал в межах смуги когерентності є великим. Якщо різниця частот спектральних компонент перевищує смугу когерентності, то вони зазнають суттєво різного впливу каналу.

Мобільні системи зв'язку окрім розсіювання потужності прийнятого сигналу в часі і смуги когерентності описуються такими числовими характеристиками як розсіювання по частоті і час когерентності каналу.

Якщо в системі зв'язку приймач і/або передавач рухаються, сигнал зазнає впливу ефекту Доплера, внаслідок чого він розсіюється по частоті. Для прикладу, якщо монотонний сигнал із частотою f_0 переданий з нерухомого передавача, то на рухомому приймачі буде прийнятий сигнал, спектр якого буде зсунутий на скінченну частоту. Цей частотний зсув

визначається як $f_d = \frac{V \cos \theta}{\lambda}$, де V - абсолютна швидкість переміщення; θ -

кут між напрямком руху і напрямком передачі сигналу; λ - довжина хвилі.

Вищевказаний випадок розглядає лише один напрямок поширення сигналу.

На практиці може бути декілька шляхів між передавачем і приймачем. Тому спектральна густина потужності прийнятого сигналу буде розтягнута по

смугі частот від $f_0 - f_{d \max}$ до $f_0 + f_{d \max}$, де $f_{d \max} = \frac{V}{\lambda}$. Величина $\Delta f_d = 2f_{d \max}$

називається доплерівським розширенням спектру [8, 21]. Зазвичай вважається, що потужність прийнятого сигналу рівномірно розподілена між

всіма кутами приходу променів, в результаті чого доплерівський спектр має U-подібний вигляд, який називають спектром Джейкса [22].

Час когерентності каналу T_{coh} характеризує швидкість зміни характеристик каналу в часі і являє собою статистичну міру довжини інтервалу часу, протягом якого імпульсна характеристика каналу залишається незмінною. Коефіцієнт кореляції огинаючої сигналу в два моменти часу, інтервал між якими менший за час когерентності каналу, є великим. Якщо інтервал перевищує час когерентності, то огинаюча зазнає суттєво різного впливу каналу в ці моменти.

В одноканальних системах зв'язку сигнал при проходженні через багатопроменевий канал зазнає його пагубного впливу. Тому серед сучасних систем зв'язку великої популярності набули багатоканальні системи передачі даних, які дозволяють застосовувати більш ефективні методи боротьби з впливом багатопроменевого каналу на сигнал.

Основною задачею багатоканальних систем зв'язку є збільшення пропускної здатності і підвищення ефективності використання каналу. Це досягається застосуванням різних методів ущільнення каналів за рахунок організації множинного доступу абонентів [23]. Одним із способів побудови багатоканальних систем є використання ортогонального частотного мультиплексування (з англ. orthogonal frequency-division multiplexing – OFDM). Структурна схема класичної системи зв'язку з застосуванням OFDM технології представлена на рис. 1.2.

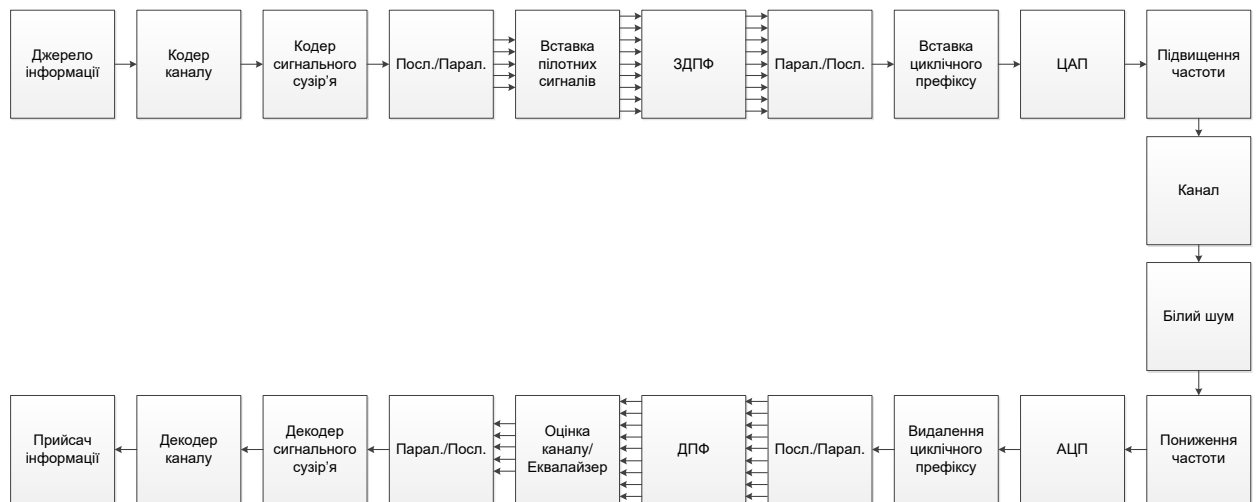


Рис. 1.2 Структурна схема OFDM системи

Двійкові дані з джерела інформації поступають на кодер каналу для внесення надлишкового коду в бітову послідовність з метою підвищення завадозахищеності передачі даних. В роботі не розглядаються питання завадозахищеного кодування і всі результати приведені без використання кодера каналу.

Кодована послідовність поступає на кодер сигнального сузір'я (мапер), який розбиває бітовий потік на групи по n біт. Кожній групі встановлюється комплексна амплітуда, яка відповідає одній точці в сигнальному сузір'ї, загальний розмір якого 2^n точок.

Отримана послідовність комплексних амплітуд підлягає послідовно-паралельному перетворенню, розмір якого відповідає кількості підносійних, що використовуються для передачі даних. Після цього в потрібні місця вставляються комплексні амплітуди пілотних сигналів і нулі захисного інтервалу, формуючи блок розміром N . Кожен такий блок комплексних амплітуд відповідає OFDM символу.

Далі над кожним блоком виконується зворотне дискретне перетворення Фур'є (ЗДПФ). Розмір перетворення, як правило, вибирається рівним степені двійки. В цьому випадку воно виконується з використанням алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). В результаті виконання ЗДПФ отримується блок часових відліків OFDM символу, який підлягає паралельно-послідовному перетворенню.

До отриманої послідовності часових відліків додається захисний інтервал у вигляді циклічного префіксу. Його суть полягає в тому, що копію кінцевих відліків OFDM символу розміщують перед початком символу. Розмір циклічного префіксу вибирають таким чином, щоб довжина захисного інтервалу перевищувала довжину імпульсної характеристики каналу. Це дозволяє при точній часовій синхронізації уникнути впливу міжсимвольної інтерференції (з англ. intersymbol interference - ISI).

Після вставки циклічного префіксу отримана послідовність поступає на цифро аналоговий перетворювач (ЦАП) і далі на блок підвищення частоти. Його задача полягає у перетворенні сигналу з комплексної форми у дійсну з переносом спектру у високочастотну область для передачі через безпроводний канал зв'язку. Тоді високочастотний сигнал на виході передавача описується наступним виразом

$$s_{rf}(t, n) = \text{Re} \left[\left(\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} s(k, n) e^{j2\pi k \Delta f \cdot t} \right) e^{j2\pi f_c \cdot t} \right] \quad (1.2)$$

де k – номер підносійної; $s(k, n)$ – комплексне значення точки сузір'я M -позиційної фазової маніпуляції або квадратурної модуляції, що передається на k -й підносійній n -го OFDM символу; Δf – різниця частот між двома сусідніми підносійними; f_c - частота високочастотного носійного коливання; N – розмір вікна дискретного перетворення Фур'є.

Як уже зазначалося вище, під час проходження через безпроводний канал зв'язку сигнал зазнає впливу явища багатопроменевого поширення радіохвиль, яке виникає внаслідок відбиття, розсіювання і дифракції від перешкод на шляху поширення сигналу. Таким чином, прийнятий сигнал можна записати у вигляді згортки переданого сигналу з імпульсною характеристикою каналу передачі

$$y_{rf}(t, n) = \sum_i h_i(t) s_{rf}(t - \tau_i, n) + v_{rf}(t, n), \quad (1.3)$$

де $v_{rf}(t, n)$ – адитивний гаусівський шум.

Прийнятий сигнал поступає на блок пониження частоти і далі на аналогово-цифровий перетворювач (АЦП). Після цього з отриманої послідовності вилучається циклічний префікс і вона підлягає послідовно-паралельному перетворенню для подальшого переходу від часових відліків прийнятого OFDM сигналу до частотних шляхом виконання дискретного перетворення Фур'є.

Можна показати [24, 25], що після аналогово-цифрового перетворення, вилучення циклічного префіксу та виконання дискретного перетворення Фур'є, прийнятий n -й OFDM символ в частотній області приймає вигляд

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{S}(n)\mathbf{H}(n) + \mathbf{V}(n), \quad (1.4)$$

де $\mathbf{Y}(n) = [y(0,n), y(1,n), \dots, y(N-1,n)]$ – вектор прийнятого сигналу; $\mathbf{S}(n) = \text{diag}(s(0,n), s(1,n), \dots, s(N-1,n))$ – діагональна матриця з переданим сигналом на головній діагоналі; $\mathbf{H}(n) = [H(0,n), H(1,n), \dots, H(N-1,n)]^T$ – вектор ЧХ каналу; $\mathbf{V}(n) = [v(0,n), v(1,n), \dots, v(N-1,n)]^T$ – вектор адитивного гаусівського шуму; N – кількість підносійних.

Переданий символ $s(k,n)$, $k = \overline{0, N-1}$, $n = \overline{0, \infty}$ може бути інформаційним або пілотним. Пілотні символи $s^r(k,n)$, $r = \overline{1, Q}$ являються відомими детермінованими величинами, які мають координати на діагоналі матриці $\mathbf{S}(n)$ із множини Ω_p . При цьому Q позначає розмір алфавіту пілотних символів. Інформаційні символи $s^j(k,n)$ являються носіями переданої інформації. Вони представляються у вигляді незалежних дискретних випадкових величин, які рівноймовірно приймають одне із L значень заданого алфавіту з ймовірністю $p_j = 1/L$, $j = \overline{1, L}$.

Для подальшої демодуляції приймач повинен оцінити ЧХ каналу зв'язку $\mathbf{H}(n)$ по відомим переданим символам $s^r(k,n)$ на пілотних підносійних, які розташовані на відомих для приймача позиціях елементів в діагональній матриці $\mathbf{S}(n)$, і невідомому значенню шуму $\mathbf{V}(n)$.

В залежності від вимог щодо працездатності системи та в залежності від затримок в каналі і швидкості зміни його характеристик в часі, пілотні сигнали можуть розміщуватися в послідовності OFDM символів за різними схемами. На рис. 1.3 відображено базові способи розміщення пілотних сигналів під час передачі OFDM символів.

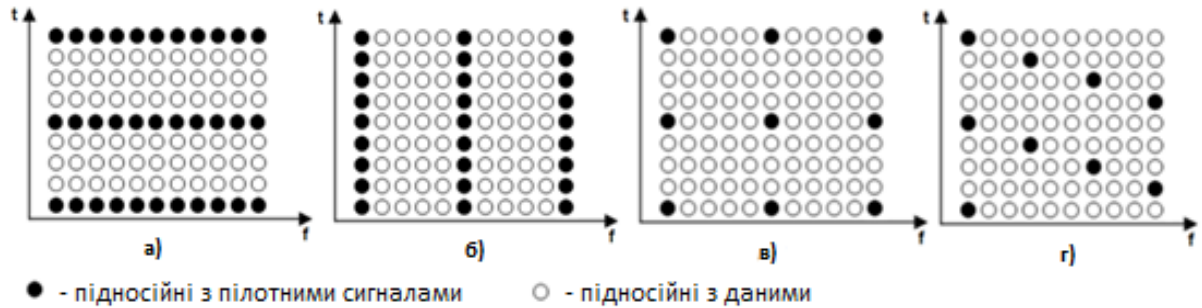


Рис. 1.3 Схеми розміщення пілотних сигналів в OFDM символах:

- а) – блокове розміщення; б) – комбіноване розміщення;
в) – прямокутна решітка; г) – паралелограмна решітка

Блокове розміщення пілотів, яке зображене на рис. 1.3а, застосовують для працездатності систем в стаціонарних каналах з великим часом затримки. Пілотні сигнали розміщують на всіх підносійних OFDM символу. Такі символи передаються з певним періодом, який залежить від часу когерентності каналу. В загальному випадку оцінка каналу, виконана по символу з пілотами, використовується для демодуляції символів з даними до приходу наступного символу з пілотами.

Комбіноване розміщення пілотів застосовується в системах, які функціонують в каналах зв'язку з малим значенням затримки та малим часом когерентності. В такому випадку оцінка каналу має бути виконана для кожного переданого OFDM символу. Як видно з рис. 1.3б, при комбінованому розміщенні окрім оцінки значень ЧХ на пілотних підносійних необхідно виконати її інтерполяцію на підносійні з даними.

Для систем, які повинні працювати в коротких каналах зв'язку, що повільно змінюються в часі, застосовують схему розміщення пілотів, яка має вигляд прямокутної решітки. Дана схема представлена на рис. 1.3в і являє

собою поєднання блокової і комбінованої схем. Відповідно до цього, параметри каналу оцінюються як при комбінованому розміщенні та використовуються для демодуляції до приходу наступного символу з пілотами, що аналогічно блоковому розміщенню.

Широкого застосування набула схема розміщення пілотів у вигляді паралелограмної решітки. Дана схема представлена на рис. 1.3г. При такому розміщенні принцип отримання параметрів каналу зводиться до накопичення оцінок по пілотах з різних OFDM символів, інтерполяції на підносійні з даними і подальшої корекції характеристики з приходом наступного символу.

Загалом, решітчасті схеми дозволяють використати під час передачі даних більшу кількість підносійних, тим самим збільшуючи швидкість передачі інформації. Це зумовлює їх широке застосування в системах цифрового зв'язку з технологією OFDM.

Як уже зазначалося вище, передача даних ведеться не на всіх підносійних OFDM символу. Частина з них використовується для передачі пілотних сигналів, за допомогою яких приймач виконує оцінку параметрів каналу зв'язку. Також, для зменшення міжканального впливу, на краях смуги сигналу за допомогою підносійних, на яких нічого не передається, утворюють захисний інтервал. Структура OFDM символу в частотній області зображена на рис. 1.4.

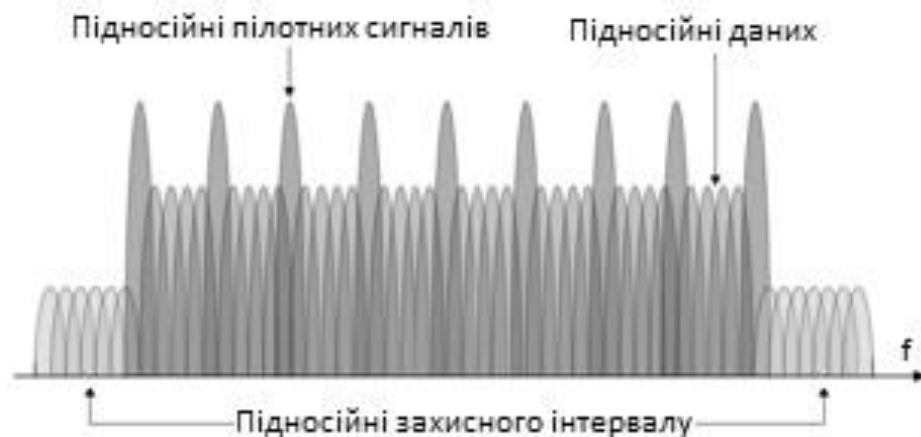


Рис. 1.4 Структура OFDM символу в частотній області

1.2 Аналіз математичних моделей представлення частотної характеристики каналу зв'язку

Розглянемо детальніше вплив багатопроменевого каналу на сигнал. Підставивши (1.2) в (1.3) отримаємо вираз для прийнятого сигналу у наступному вигляді

$$y_{rf}(t, n) = \text{Re} \left\{ \left[\sum_i h_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} s(t - \tau_i(t), n) \right] e^{j2\pi f_c t} \right\} + v_{rf}(t, n) \quad (1.5)$$

де $s(t, n) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} s(k, n) e^{j2\pi k \Delta f \cdot t}$ являє собою комплексну обвідну інформаційного сигналу на виході передавача.

З (1.5) видно, що еквівалентний прийнятий низькочастотний сигнал приймає вигляд

$$y(t, n) = \sum_i h_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} s(t - \tau_i(t), n) + v(t, n) \quad (1.6)$$

Так як $y(t, n)$ являє собою відгук каналу на сигнал $s(t, n)$, то імпульсна характеристика еквівалентного низькочастотного каналу описується наступним чином:

$$h(\tau, t) = \sum_i h_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (1.7)$$

Як відомо, ЧХ каналу зв'язана з імпульсною характеристикою парою перетворень Фур'є [19]. Можна показати, що після перетворення Фур'є над виразом (1.7) ЧХ каналу приймає вид

$$H(f, t) = \sum_i h_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} e^{-j2\pi \tau_i(t) f} \quad (1.8)$$

Розглянемо передачу не модульованого сигналу носійної на частоті f_c . В такому випадку $s(t, n) = 1$ для всіх t і прийнятий сигнал, який описується (1.6), матиме вигляд

$$\begin{aligned} y(t, n) &= \sum_i h_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} + v(t, n) = \\ &= \sum_i h_i(t) e^{-j\Theta_i(t)} + v(t, n) = a(t) - jb(t) \end{aligned} \quad (1.9)$$

де $\Theta_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t)$.

Таким чином прийнятий сигнал складається із суми змінних у часі векторів, які мають амплітуди $h_i(t)$ і фази $\Theta_i(t)$. Необхідно відмітити, що в середовищі необхідні суттєво великі динамічні зміни, щоб $h_i(t)$ значно змінювались і викликали б суттєві зміни прийнятого сигналу. З іншої сторони, $\Theta_i(t)$ буде змінюватися на 2π радіан, коли τ_i зміниться на $\frac{1}{f_c}$.

Але $\frac{1}{f_c}$ - невелике число, тому Θ_i може змінюватися на 2π радіан при відносно малих змінах в середовищі. Слід зазначити, що затримки $\tau_i(t)$, пов'язані з різними шляхами розповсюдження сигналів, змінюються з різною швидкістю і випадковим чином. Це означає, що прийнятий сигнал (1.9) можна моделювати випадковим процесом [19].

Якщо існує велика кількість шляхів проходження сигналу, то згідно центральної граничної теореми теорії ймовірностей [26, 27], $y(t,n)$ можна моделювати як комплексний гаусівський випадковий процес. Відповідно ЧХ $H(f,t)$ може моделюватися комплексним гаусівським випадковим процесом. Якщо при цьому параметри розповсюдження сигналів не будуть змінюватися в часі, то цей комплексний гаусівський випадковий процес можна вважати стаціонарним.

Як відомо, будь який стаціонарний випадковий процес може бути представлений як процес авторегресії нескінченного порядку [28]. Ця властивість дозволяє представляти ЧХ каналу як у частотному так і в часовому напрямках у вигляді процесу авторегресії [24, 29, 30, 31, 32, 33]

$$H_j = \sum_{k=1}^p \alpha_k H_{j-k} + \varepsilon_j, \quad (1.10)$$

де p – порядок процесу авторегресії; α_k - коефіцієнт авторегресії; ε_j - білий гаусівський шум з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_ε^2 .

Коефіцієнти авторегресії можуть бути розраховані шляхом розв'язання системи рівнянь Юла-Уокера [34, 35, 36]:

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = \mathbf{A} \quad (1.11)$$

де $\mathbf{a} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]^T$ - вектор з коефіцієнтами авторегресії; \mathbf{R} і \mathbf{A} - кореляційна матриця і кореляційний вектор, елементами яких є коефіцієнти кореляції, взяті з кореляційної функції.

Відповідно кореляційна матриця та кореляційний вектор приймають вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_0 & \text{conj}(R_1) & \dots & \text{conj}(R_{p-1}) \\ R_1 & R_0 & \dots & \text{conj}(R_{p-2}) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ R_{p-1} & R_{p-2} & \dots & R_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix}$$

При цьому дисперсія σ_ε^2 розраховується за формулою

$$\sigma_\varepsilon^2 = R_0 - \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \quad (1.12)$$

Після розрахунку коефіцієнтів авторегресії α_k необхідно виконати перевірку двох умов стаціонарності часового ряду:

1) з елементами кореляційної функції R_i :

$$R_i = \alpha_1 R_{i-1} + \alpha_2 R_{i-2} + \dots + \alpha_p R_{i-p}, i > 0$$

2) загальним рішенням:

$$R_i = A_1 G_1^i + A_2 G_2^i + \dots + A_p G_p^i,$$

де $G_1^{-1}, G_2^{-1}, \dots, G_p^{-1}$ - корені характеристичного рівняння

$$\alpha(B) = 1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p = 0.$$

Для стаціонарності необхідно щоб $|G_i| < 1$, при $i = 1, 2, \dots, p$. Якщо ця умова не виконується, необхідно ввести адитивну помилку ξ , яка додається до значення нульового елемента кореляційної функції R_0 . Значення помилки вибирається таким, щоб виконувалася умова стаціонарності. При цьому нульовий елемент кореляційної функції змодельованого випадкового процесу

міститиме помилку, а решта буде співпадати з теоретичними значеннями [35, 36]. Даний підхід дозволяє з високою точністю апроксимувати кореляційні функції випадкових процесів складної форми.

У випадку, коли гаусівський процес має нульове середнє, огинаюча ЧХ каналу в будь-який момент часу має релеєвський розподіл ймовірностей, а фаза розподілена рівномірно на інтервалі $(0, 2\pi)$ [37]. В мобільних системах зв'язку широкого практичного застосування набула модель каналу Релея. Ця статистична модель найбільш точно описує процеси завмирання, що виникають під час проходження сигналу через багатопроменевий канал при відсутності прямої видимості між передавачем і приймачем.

1.3 Аналіз методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку.

Загалом, частотно-селективний канал може розглядатися як двовимірне комплексне поле, а оптимальна оцінка такого каналу за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки, може бути отримана за допомогою двовимірного фільтра Вінера [8, 38]. На жаль, такий підхід занадто складний для практичної реалізації, і в більшості випадків переходять до оцінки ЧХ каналу по пілот сигналам з одного OFDM символу. Тому у випадках, де математичні викладки стосуються операцій над елементами, що відносяться до n -ого символу, індекс n буде опускатися.

Класичне оцінювання ЧХ каналу зв'язку **Н** відбувається в два етапи. На першому етапі оцінюють значення ЧХ на пілотних підносійних, а на другому проводять інтерполяцію ЧХ на інформаційні підносійні. Розглянемо спочатку методи оцінювання ЧХ на пілотних підносійних.

1.3.1 Огляд методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку на пілотних підносійних

Введемо в розгляд наступні величини $\mathbf{Y}_p = [y(k_1), y(k_2), \dots, y(k_{N_p})]^T$ – вектор прийнятого сигналу, який містить компоненти тільки з пілотних підносійних, $k_i \in \Omega_p$; $\mathbf{S}_p = \text{diag}(s^r(k_1), s^r(k_2), \dots, s^r(k_{N_p}))$ – відома приймачу діагональна матриця з переданим пілотними символами; $\mathbf{H}_p = [H(k_1), H(k_2), \dots, H(k_{N_p})]^T$ – вектор ЧХ каналу на пілотних підносійних; $\mathbf{V}_p = [v(k_1), v(k_2), \dots, v(k_{N_p})]^T$ – вектор адитивного гаусівського шуму на пілотних підносійних. Тоді для пілотних підносійних, аналогічно до (1.4) можна записати:

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{S}_p \mathbf{H}_p + \mathbf{V}_p, \quad (1.13)$$

Оцінку значень характеристики каналу зв'язку на позиціях пілот сигналів можна отримати методом найменших квадратів (least square – LS) [9, 14, 39]. Як відомо [40], в загальному випадку оцінка невідомих параметрів \mathbf{H}_p методом найменших квадратів має вигляд:

$$\hat{\mathbf{H}}_p = (\mathbf{S}_p^T \mathbf{S}_p)^{-1} \mathbf{S}_p^T \mathbf{Y}_p. \quad (1.14)$$

Враховуючи те, що в даній постановці задачі матриця \mathbf{S}_p – діагональна, то можна показати, що відповідна оцінка вектору ЧХ каналу \mathbf{H}_p приймає вигляд

$$\hat{\mathbf{H}}_{LS} = \mathbf{S}_p^{-1} \mathbf{Y}_p. \quad (1.15)$$

Дана оцінка мінімізує значення $(\mathbf{Y}_p - \mathbf{S}_p \mathbf{H}_p)(\mathbf{Y}_p - \mathbf{S}_p \mathbf{H}_p)^H$, де $(\cdot)^H$ – ермітове спряження.

Ще одним методом оцінювання ЧХ каналу зв'язку на пілотних підносійних є метод мінімуму середньоквадратичної помилки [10, 14, 39] (minimum mean square error – MMSE).

Введемо позначення \mathbf{h}_p для імпульсної характеристики каналу, яка, як відомо, являється зворотнім перетворенням Фур'є від ЧХ \mathbf{H}_p . Якщо вектор імпульсної характеристики каналу \mathbf{h}_p є випадковою величиною з гаусівським розподілом і не корелює з шумом каналу \mathbf{V}_p , то методом мінімуму середньоквадратичної помилки можна отримати оцінку $\hat{\mathbf{h}}_{MMSE}$, яка мінімізує значення $E\{(\hat{\mathbf{h}}_{MMSE} - \mathbf{h}_p)^H (\hat{\mathbf{h}}_{MMSE} - \mathbf{h}_p)\}$ і має вигляд [41]

$$\hat{\mathbf{h}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{hY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{Y}_p, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{R}_{hY} = E\{\mathbf{h}_p \mathbf{Y}_p^H\} = E\{\mathbf{h}_p (\mathbf{S}_p \mathbf{\Phi} \mathbf{h}_p + \mathbf{V}_p)^H\} = \mathbf{R}_{hh} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{S}_p^H, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{R}_{YY} = E\{\mathbf{Y}_p \mathbf{Y}_p^H\} = \mathbf{S}_p \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_{hh} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{S}_p^H + \sigma_V^2 \mathbf{I}_V, \quad (1.18)$$

де \mathbf{R}_{hY} – взаємно коваріаційна матриця між \mathbf{h} та \mathbf{Y}_p ; \mathbf{R}_{YY} – автоковаріаційна матриця \mathbf{Y}_p ; \mathbf{R}_{hh} – автоковаріаційна матриця, яка вважається відомою заздалегідь; $\mathbf{\Phi}$ – матриця дискретного перетворення Фур'є; σ_V^2 – коваріаційна матриця шуму.

Виходячи з цього, оцінка ЧХ каналу методом мінімуму середньоквадратичної помилки приймає вигляд

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{h}}_{MMSE} = \mathbf{\Phi} [(\mathbf{\Phi}^* \mathbf{S}_p^*)^{-1} \mathbf{R}_{hh}^{-1} \sigma_V^2 + \mathbf{S}_p \mathbf{\Phi}]^{-1} \mathbf{Y}_p, \quad (1.19)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_{hh} [(\mathbf{\Phi}^H \mathbf{S}_p^H \mathbf{S}_p \mathbf{\Phi})^{-1} \sigma_V^2 + \mathbf{R}_{hh}]^{-1} \mathbf{\Phi}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_{LS}, \quad (1.20)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{MMSE} = \mathbf{R}_{HH} (\mathbf{R}_{HH} + \sigma_V^2 (\mathbf{S}_p^H \mathbf{S}_p)^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{H}}_{LS}. \quad (1.21)$$

де $\mathbf{R}_{HH} = E\{\mathbf{H}_p \mathbf{H}_p^H\} = E\{(\mathbf{\Phi} \mathbf{h}_p)(\mathbf{\Phi} \mathbf{h}_p)^H\} = \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_{hh} \mathbf{\Phi}^H$ – автоковаріаційна матриця ЧХ.

Оцінка методом мінімуму середньоквадратичної помилки є точнішою у порівнянні з оцінкою методом найменших квадратів, особливо при малих значеннях сигнал/шум [41]. Проте вона потребує відомої матриці \mathbf{R}_{HH} та має високу обчислювальну складність, що обумовлено необхідністю розрахунку

оберненої матриці та виконанням великої кількості операцій комплексного множення і додавання.

Враховуючи те, що ЧХ каналу являє собою випадковий комплексний процес, то канал, як і будь-який випадковий процес, може бути представлений у вигляді авторегресійної моделі [42]. В такому випадку для оцінювання можуть бути застосовані алгоритми фільтрації на основі Калманівської теорії [43, 44], зокрема двоетапний метод каузальної фільтрації для скалярних гаусівських полів [12].

Еволюція системи у векторно-матричній формі може бути представлена наступним виразом:

$$\mathbf{H}(k_i) = \mathbf{F}\mathbf{H}(k_i) + \boldsymbol{\varepsilon}(i), \quad (1.22)$$

де $\mathbf{H}(k_i) = [H(k_i), H(k_{i-1}), \dots, H(k_{i-p+1})]^T$ - вектор розмірністю $p \times 1$, який містить оцінки ЧХ на пілотних підносійних; p - розмірність авторегресійної моделі; $\boldsymbol{\varepsilon}(i) = [\varepsilon_i, 0, \dots, 0]^T$ - вектор помилки розмірністю $p \times 1$ в якому елемент ε_i являється гаусівським шумом з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ_ε^2 ; \mathbf{F} - матриця еволюції системи, яка має наступний вигляд:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_p \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

де α_i - коефіцієнти авторегресії, які розраховуються на основі відомої автокореляційної матриці \mathbf{R}_{HH} за допомогою рівнянь Юла-Уокера.

Рівняння спостереження має вигляд

$$y(k_i) = \mathbf{S}(k_i)\mathbf{H}(k_i) + v(k_i), \quad (1.23)$$

де $\mathbf{S}(k_i) = [s^r(k_i), 0, \dots, 0]$.

Модель (1.22), (1.23) дозволяє адаптувати метод двоетапної каузальної фільтрації [12] в комплексну форму, для оцінювання ЧХ каналу на пілотних підносійних, перший етап якого описується наступними рівняннями:

$$\mathbf{H}^*(k_i) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{H}}(k_{i-1}), \quad (1.24)$$

$$\mathbf{P}^*(k_i) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{P}}(k_{i-1})\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}, \quad (1.25)$$

$$\mathbf{K}(k_i) = \mathbf{P}^*(k_i)\mathbf{S}^T(k_i) / (\mathbf{S}(k_i)\mathbf{P}^*(k_i)\mathbf{S}^T(k_i) + \sigma_v^2) \quad (1.26)$$

$$\hat{\mathbf{H}}(k_i) = \mathbf{H}^*(k_i) + \mathbf{K}(k_i)(y(k_i) - \mathbf{S}(k_i)\mathbf{H}^*(k_i)), \quad (1.27)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k_i) = \mathbf{P}^*(k_i) - \mathbf{K}(k_i)\mathbf{S}(k_i)\mathbf{P}^*(k_i), \quad (1.28)$$

де $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_\varepsilon^2, 0, \dots, 0)$; $\mathbf{H}^*(k_i)$ - прогноз вектору $\mathbf{H}(k_i)$ параметрів ЧХ на пілотних підносійних; $\hat{\mathbf{H}}(k_i)$ - оцінка вектору $\mathbf{H}(k_i)$ параметрів ЧХ на пілотних підносійних; $\mathbf{P}^*(k_i)$ - кореляційна матриця помилки прогнозу; $\hat{\mathbf{P}}(k_i)$ - кореляційна матриця помилки оцінки; $\mathbf{K}(k_i)$ - коефіцієнт підсилення.

Вищевказаний алгоритм (1.24) - (1.28) виконується ітеративно два рази. Перший раз, коли на вхід виміри $y(k_i)$ надходять послідовно $i = \overline{0, 1, \dots, N_p - 1}$, отримуємо оцінки $\hat{\mathbf{H}}_f(k_i)$ та прогнози $\mathbf{H}_f^*(k_i)$ ЧХ каналу, кореляційні матриці оцінок $\hat{\mathbf{P}}_f(k_i)$ та прогнозів $\mathbf{P}_f^*(k_i)$. Другий раз, коли на вхід виміри $y(k_i)$ надходять в зворотному порядку $i = \overline{N_p - 1, N_p - 2, \dots, 1, 0}$, відповідно отримаємо вектори та матриці $\hat{\mathbf{H}}_b(k_i)$ $\mathbf{H}_b^*(k_i)$ $\hat{\mathbf{P}}_b(k_i)$ $\mathbf{P}_b^*(k_i)$. Кількість ітерацій на кожному із проходів відповідає кількості пілотних підносійних в OFDM символі.

Другий етап методу каузальної фільтрації [12] полягає в оптимальному об'єднанні результатів двох проходів на k_i пілотній підносійній, і описується виразами:

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (1.29)$$

$$\tilde{H} = \hat{H}_f + \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (\mathbf{H}_b^* - \hat{H}_f); \quad (1.30)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\check{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (1.31)$$

$$\check{H} = \tilde{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2}(\bar{H} - \tilde{H}); \quad (1.32)$$

де \check{H} і $\check{\sigma}^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки значення ЧХ каналу $H(k_i)$ на k_i підносійній; \hat{H}_f і $\hat{\sigma}_f^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки отримані як перший елемент вектора $\hat{\mathbf{H}}_f(k_i)$ та перший діагональний елемент матриці $\hat{\mathbf{P}}_f(k_i)$ при обробці спостережень на першому етапі в прямому напрямку; H_b^* і σ_b^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки отримані як перший елемент вектора $\mathbf{H}_b^*(k_i)$ та перший діагональний елемент матриці $\mathbf{P}_b^*(k_i)$ при обробці спостережень в зворотному напрямку на першому етапі; \bar{H} і $\bar{\sigma}^2$ - апріорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу $H(k_i)$ на k_i підносійній.

Метод двоетапної каузальної фільтрації [12] дає оптимальну оцінку ЧХ каналу на пілотних підносійних по критерію мінімуму середнього квадрата помилки. Складність алгоритму значно менша у порівнянні з методом MMSE, хоча і залежить від порядку авторегресійного моделі, якою моделюється ЧХ каналу.

1.3.2 Моделювання методів оцінювання частотної характеристики на пілотних підносійних

Порівняння розглянутих методів оцінювання ЧХ каналу на пілотних підносійних проведено на модельному прикладі шляхом статистичного моделювання на ЕОМ. Багатопроменевий канал моделювався методом фільтрації гаусівського шуму [45, 46, 47] з використанням функцій системи автоматизованого проектування MatLab [48, 49, 50]. В якості параметрів

OFDM сигналу вибрано 1024 підносійних, довжина захисного інтервалу $\frac{1}{4}$, частота дискретизації 1 МГц. Пілотні символи розміщувалися на кожній четвертій підносійній.

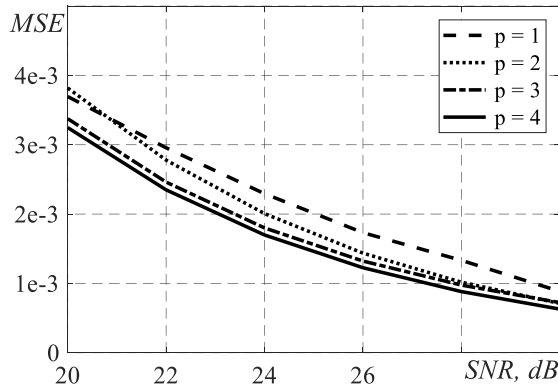


Рис. 1.5

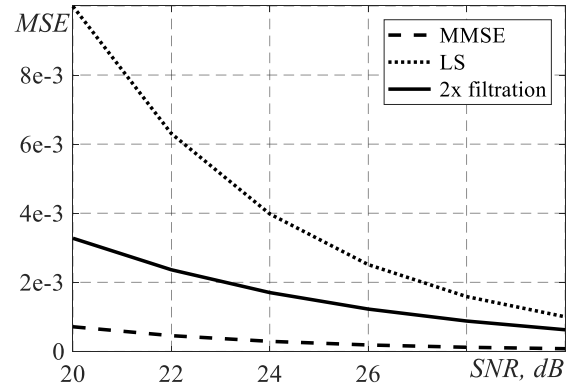


Рис. 1.6

На рис. 1.5 показані залежності середнього квадрату помилки (mean square error – MSE) оцінки ЧХ на пілотних підносійних від співвідношення сигнал/шум та порядку авторегресійної моделі, які досягаються з використанням методу двоетапної каузальної фільтрації [12]. Статистичне моделювання проводилося по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з затримкою $\tau=10$ мкс. Рівень потужності кожного з променів також вибирався випадковим чином. Для кожної реалізації каналу оброблялося 100 OFDM символів. Як видно з результатів моделювання, при збільшенні порядку авто регресійної моделі p до значення 3 досягається стабільність результатів оцінювання і подальше збільшення порядку авторегресійної моделі дає незначний вигрaш. Тому в подальших моделюваннях методу двоетапної каузальної фільтрації [12] будемо використовувати порядок авторегресійної моделі p рівний 3.

Для порівняння різних методів оцінювання ЧХ на пілотних підносійних на рис. 1.6 приведені залежності середнього квадрату помилки оцінки від співвідношення сигнал/шум при використанні методу двоетапної каузальної фільтрації з порядком авторегресійної моделі $p=3$, та при використанні оцінок отриманих методами LS і MMSE. Як видно з результатів

моделювання, якість оцінювання ЧХ на пілотних підносійних методом двоетапної фільтрації в 2-3 рази поступається результатами оцінок на основі MMSE методу, який також використовує відому статистичну інформацію про канал, але має значно більшу обчислювальну складність.

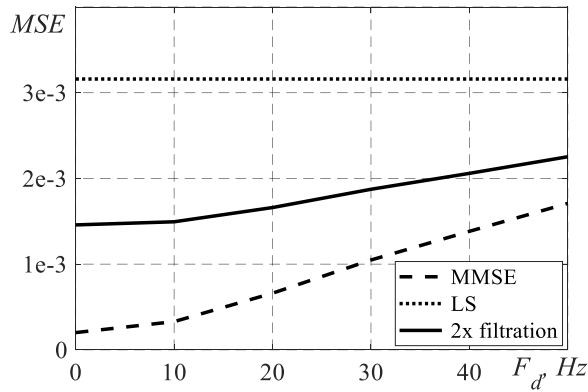


Рис.1.7

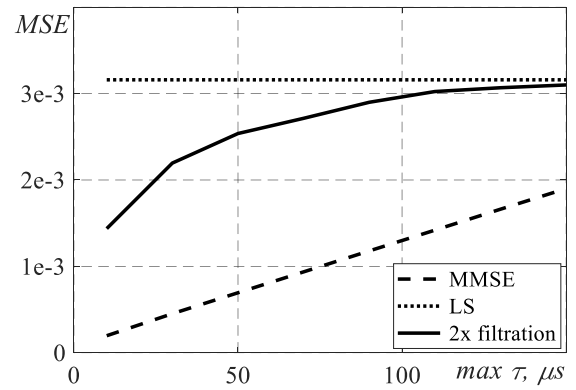


Рис.1.8

Для апробації результатів роботи розглянутих методів на рис. 1.7 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від значення доплерівського зсуву. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з затримкою $\tau=10$ мкс. при фіксованому значенні співвідношення сигнал/шум 25 дБ і порядку авторегресійної моделі для оцінювання ЧХ на основі метода двоетапної каузальної фільтрації рівному 3. Для моделювання доплерівського зсуву використовувалась модель Джейкса. Як видно з результатів моделювання якість оцінювання ЧХ методами MMSE та двоетапної каузальної фільтрації дещо деградує при збільшенні частоти доплерівського зсуву.

На рис. 1.8 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від довжини каналу. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій каналу при фіксованих значеннях співвідношення сигнал/шум 25 дБ та доплерівського зсуву 10 Гц. Як видно з результатів моделювання, зі збільшенням довжини каналу якість роботи погіршується для методів MMSE та двоетапної каузальної фільтрації.

Таким чином, кожен із розглянутих методів має свої переваги та недоліки і може бути використаний для оцінки ЧХ на пілотних підносійних. Зокрема LS метод не потребує статистичної інформації про канал зв'язку, але має гіршу точність оцінювання і дуже простий у реалізації. Методи MMSE та двоетапної каузальної фільтрації потребують статистичної інформації про канал зв'язку, але метод MMSE має високу обчислювальну складність, хоча і кращі показники точності оцінювання.

1.3.3 Огляд методів інтерполяції частотної характеристики на підносійні з даними

Як вже зазначалось, на другому етапі відбувається оцінювання ЧХ на підносійні з даними. Даний крок розрахунку значень функції у проміжках між двома відомими точками – пілотами, виконується як рішення задачі інтерполяції. Найпростішим способом інтерполяції ЧХ являється лінійна інтерполяція [51, 52]. Розраховане значення оцінки ЧХ на k -ій підносійній з даними при $k_i L < k < k_{i+1} L$ має вигляд

$$H(k) = (H(k_{i+1}) - H(k_i)) \frac{l}{L} + H(k_i), \quad (1.33)$$

де $L = N / N_p$ - кількість інформаційних символів між двома пілотами; N_p - кількість пілотних підносійних; $H(k_i)$ - значення ЧХ на пілотній підносійній k_i ; $l = k - k_i$ і відповідно приймає значення $1, \dots, L-1$.

Більш складною і в той же час більш точною є поліноміальна інтерполяція другого або вищих порядків, яка дає кращі результати у порівнянні з лінійною інтерполяцією [53]. Зокрема, розраховане значення оцінки ЧХ на k -ій підносійній інтерполяцією поліномом другого порядку має наступний вигляд:

$$H(k) = c_1 H(k_{i-1}) + c_0 H(k_i) + c_{-1} H(k_{i+1}), \quad (1.34)$$

де $c_1 = \frac{\lambda(\lambda-1)}{2}$, $c_0 = -\lambda(\lambda-1)(\lambda+1)$, $c_{-1} = \frac{\lambda(\lambda+1)}{2}$ - коефіцієнти інтерполяції другого порядку; λ - коефіцієнт, який рівний $\frac{l}{N}$.

Лінійна та поліноміальна інтерполяція хоч і являються простими в реалізації, але не вирішують задачу з необхідною точністю. Враховуючи те, що $H(k_i)$ є комплексними величинами, оцінки ЧХ на підносійних з даними, отримані такими методами, являються спотвореними.

Ще одним широко застосовуваним методом є інтерполяція за допомогою ДПФ [54, 55]. ЧХ каналу \mathbf{H}_p перетворюється в імпульсну характеристику \mathbf{h}_p за допомогою ДПФ:

$$\mathbf{h}_p = \Phi \mathbf{H}_p. \quad (1.35)$$

В кінець вектора відліків імпульсної характеристики додається кількість нулів, яка відповідає кількості підносійних з даними в прийнятому OFDM символі. В результаті, доповнена послідовність матиме розмір відповідний до загальної кількості підносійних:

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_p, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N-N_p}]. \quad (1.36)$$

Далі виконується ЗДПФ для переходу до \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \Phi^H \mathbf{h}. \quad (1.37)$$

Описаний вище метод відноситься до алгоритмів передискретизації і широко застосовується при обробці звукових сигналів та зображень, але етап вставки нулів в послідовність являється нелінійною операцією і, відповідно, вносить нелінійні спотворення фази у результат.

Ще одним способом є інтерполяція за допомогою низькочастотної фільтрації [41, 56, 57]. Для її реалізації необхідно вставити нулі між значеннями ЧХ на пілотних підносійних і пропустити отриману послідовність через фільтр низьких частот. Для цієї задачі в основному застосовуються фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою (СІХ),

оскільки вони не вносять нелінійних фазових спотворень. На рис. 1.9 відображено блок-схему інтерполяції вищевказаним методом.

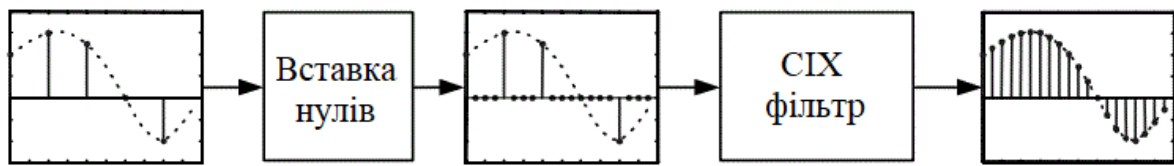


Рис. 1.9 Блок-схема інтерполятора з низькочастотним фільтром

Інтерполяція за допомогою низькочастотної фільтрації забезпечує мінімізацію середньоквадратичної помилки між інтерпольованими точками і ідеальними значеннями [41], і зазвичай саме цей метод використовується на практиці. Але не обхідно відмітити те, що при збільшенні часу затримки променів настає момент, коли одна із складових ЧХ (1.8) змінюється з такою частотою, що періоду розташування пілотних підносійних не вистачає для її відновлення.

1.3.4 Моделювання методів оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку

Порівняння розглянутих методів оцінювання ЧХ каналу проведено на модельному прикладі шляхом статистичного моделювання на ЕОМ. Для моделювання використовувались ті ж самі параметри OFDM сигналів та реалізації багатопроменевих каналів, що і для моделювання в п.1.3.2. Інтерполяція ЧХ на підносійні з даними виконувалась за допомогою низькочастотної фільтрації.

На рис. 1.10 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ від співвідношення сигнал/шум та порядку авторегресійної моделі, які досягаються з використанням методу двоетапної каузальної фільтрації. Як видно з результатів моделювання, стабільність результатів оцінювання

досягається при порядку авторегресійної моделі p рівному 3 і подальше його збільшення не дає значного приросту у якості.

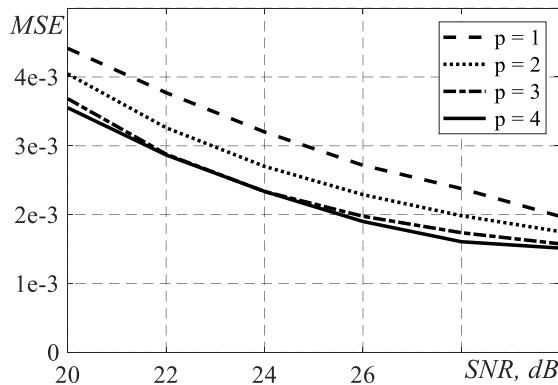


Рис. 1.10

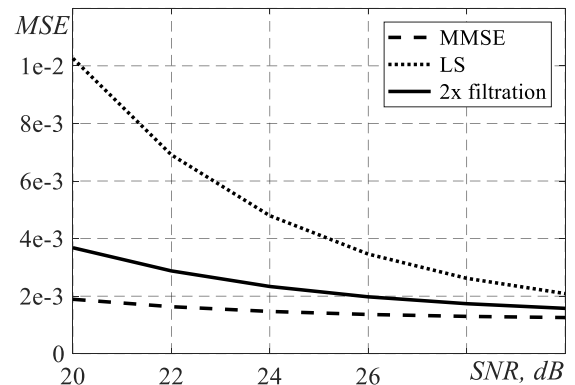


Рис. 1.11

Також для порівняння різних методів оцінювання ЧХ на рис. 1.11 приведені залежності середнього квадрату помилки оцінки від співвідношення сигнал/шум при використанні методу двоетапної каузальної фільтрації з порядком авторегресійної моделі $p=3$, та при використанні оцінок отриманих методами LS і MMSE. Як видно з результатів моделювання, якість оцінювання ЧХ методом двоетапної фільтрації до 2 раз поступається результатам оцінок на основі MMSE методу. Загалом, у порівнянні з результатами приведеними на рис. 1.8, етап інтерполяції привів до невеликого погіршення точності оцінювання ЧХ.

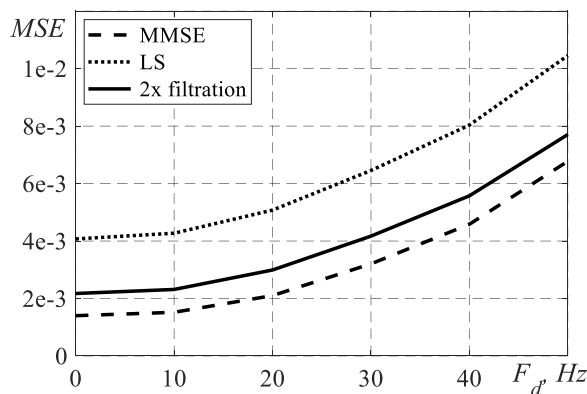


Рис.1.12

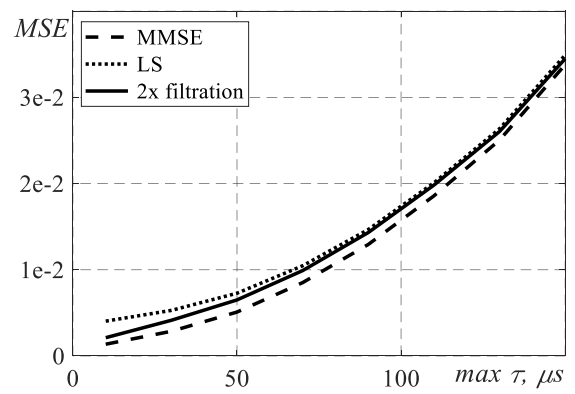


Рис.1.13

Для порівняння результатів на рис. 1.12 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ від значення доплерівського зсуву, аналогічні до зображених на рис. 1.7, але після етапу інтерполяції. Як видно з

результатів моделювання, точність оцінювання ЧХ при збільшенні частоти доплерівського зсуву погіршується в 4 рази. Необхідно також відмітити те, що в порівнянні з кривими на рис. 1.7. середній квадрат помилок оцінок, отриманих методом LS, почав збільшуватись зі збільшенням доплерівського зсуву.

На рис. 1.13 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки після етапу інтерполяції від довжини каналу. Як видно з результатів моделювання та порівняння їх з кривими на рис. 1.8, зі збільшенням довжини каналу точність оцінювання погіршується на порядок для кожного із методів.

Погіршення точності оцінювання безумовно зв'язано з етапом інтерполяції, тому при синтезі нових методів потрібно шукати нові підходи для розрахунку оцінок ЧХ на інформаційних підносійних. Зокрема можна скористатись тим, що ЧХ каналу може бути представлена авторегресійною моделлю і, відповідно, оцінки ЧХ на інформаційні підносійні можуть бути представлені як її вихід при відомих авторегресійних коефіцієнтах.

1.4 Постановка задачі дослідження

Як впливає з проведеного дослідження, актуальною являється наукова задача розробки методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM на базі пілотних підносійних використовуючи відомі статистичні характеристики каналу. На першому етапі буде виконуватися оцінювання ЧХ каналу шляхом фільтрації на пілотних підносійних та екстраполяції на інформаційні підносійні. На другому етапі буде виконуватися об'єднання отриманих на першому етапі апостеріорних розподілів на кожній підносійній.

Об'єктом дослідження є передача інформації через широкосмуговий цифровий канал з частото-селективними замираннями.

Предметом дослідження являються методи оцінювання параметрів багатопроменевого каналу зв'язку.

Методи дослідження. В роботі використовувались методи теорії ймовірностей, марківських випадкових процесів, математичної статистики, оптимальної та адаптивної нелінійної фільтрації в дискретному часі, статистична теорія прийняття рішень і статистичне моделювання на ЕОМ.

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є зменшення ймовірності помилки прийому інформаційних символів в широкосмугових системах зв'язку з багатопроменевим розповсюдженням сигналів шляхом розробки методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM використовуючи відомі статистичні характеристики каналу.

Відповідно до мети, **основними завданнями** дослідження є:

1. Проаналізувати методи оцінювання ЧХ багатопроменевого каналу в OFDM системах, які базуються на використанні пілотних сигналів.
2. Синтезувати оптимальний алгоритм двоетапного оцінювання ЧХ каналу зв'язку, оснований на фільтрації і екстраполяції пілот сигналів.
3. Шляхом гаусівської апроксимації апостеріорних розподілів параметрів каналу синтезувати квазіоптимальний алгоритм двоетапного оцінювання ЧХ каналу зв'язку.
4. Синтезувати оптимальний і квазіоптимальний алгоритми двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів та параметрів багатопроменевого каналу зв'язку.
5. Проаналізувати ефективність синтезованих алгоритмів оцінювання ЧХ каналу шляхом статистичного моделювання на ЕОМ і порівняння їх з відомими.
6. Виконати аналіз обчислювальних затрат і можливостей практичної реалізації синтезованих алгоритмів з використанням сучасної мікропроцесорної техніки.

Висновки по першому розділу

1. Широкого практичного застосування набули багатоканальні системи зв'язку, основним завданням яких є збільшення пропускної здатності і підвищення ефективності використання каналу. Одним із способів побудови таких систем є застосування технології OFDM. Під час проходження OFDM сигналу через багатопроменевий канал він зазнає спотворень, що приводить до збільшення ймовірності помилок прийому символів в цифрових системах зв'язку. Тому велике практичне значення має задача підвищення ефективності функціонування багатоканальних цифрових систем зв'язку в каналах з частото-селективними замираннями шляхом збільшення точності оцінювання параметрів багатопроменевого каналу.

2. Класичні методи оцінки ЧХ каналів зв'язку базуються на використанні пілотних сигналів в структурі OFDM символу. Схеми розміщення пілотів залежать від умов, в яких повинна функціонувати система. Процес оцінки параметрів каналу загалом зводиться до оцінки значень ЧХ на пілотних підносійних і інтерполяції її значень на підносійні з даними.

3. Алгоритми оцінювання значень ЧХ на пілотних підносійних, які використовують інформацію про кореляційну функцію каналу – метод мінімуму середньоквадратичної помилки і метод двоетапної фільтрації, дозволяють отримати більш точні оцінки у порівнянні з методом найменших квадратів. Однак, метод мінімуму середньоквадратичної помилки вимагає значних обчислювальних ресурсів, що робить його складнішим у порівнянні з методом каузальної двоетапної фільтрації.

4. Застосування класичних методів оцінювання значень ЧХ на пілотних підносійних і інтерполяції її значень на підносійні з даними не дає можливості оцінювати параметри довгих каналів, так як частота розміщення пілотів в структурі OFDM символу при певних значеннях затримки стає не достатньою для відновлення ЧХ.

5. Для підвищення ефективності функціонування OFDM систем в каналах з частото-селективними замираннями при розробці нових методів оцінювання ЧХ каналу зв'язку необхідно відмовлятися від етапу класичної інтерполяції.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ДВОЕТАПНОГО МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ

Equation Section 2

2.1 Постановка задачі

Рівняння спостереження прийнятого n -го OFDM символу в частотній області з урахуванням спотворень, до яких приводить багатопроменеве поширення сигналу, має наступний вигляд [24, 25]

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{S}(n) \cdot \mathbf{H}(n) + \mathbf{V}(n), \quad (2.1)$$

де $\mathbf{Y}(n) = [y(0, n), y(1, n), \dots, y(N-1, n)]^T$ - вектор вимірювань в частотній області; $\mathbf{S}(n) = \text{diag}(s(0, n), s(1, n), \dots, s(N-1, n))$ - діагональна матриця з переданими символами; $\mathbf{H}(n) = [H(0, n), H(1, n), \dots, H(N-1, n)]^T$ - вектор ЧХ каналу; $\mathbf{V}(n) = [v(0, n), v(1, n), \dots, v(N-1, n)]^T$ - вектор білого шуму з нульовим математичним очікуванням і дисперсією кожного елемента σ_v^2 ; N - кількість підносійних.

Переданий символ $s(k, n)$, $k = \overline{0, N-1}$, $n = \overline{0, \infty}$ може бути інформаційним або пілотним. Пілотні символи $s^r(k, n)$ являються відомими детермінованими величинами, які мають координати на діагоналі матриці $\mathbf{S}(n)$ із множини Ω_p .

Необхідно оцінити значення ЧХ каналу $\mathbf{H}(n)$ по доступних вимірюваннях $\mathbf{Y}(n)$, відомому закону формування та розташування пілотних символів $s^r(k, n)$ і відомій кореляційній матриці каналу \mathbf{R} .

2.2 Розробка оптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу

Двоетапність методу полягає у виконанні на першому етапі оцінювання ЧХ каналу зліва направо (в прямому напрямку) та справа наліво (в зворотному напрямку) по відношенню до вектору оброблюваних даних n -го прийнятого OFDM символу з оптимальним об'єднанням результатів на другому етапі. Враховуючи те, що обробка виконується лише по n -му символу, в подальших математичних викладках індекс n буде опущено.

Оцінювання ЧХ виконується шляхом фільтрації її значень в точках розміщення пілотних сигналів та інтерполяції її значень на підносійні з даними. Для фільтрації ЧХ каналу на пілотних підносійних застосуємо методику, приведену в [12]. Розглянемо спочатку випадок, коли на усіх підносійних OFDM символу розміщені пілотні сигнали. Відповідно до рис. 2.1 $H(k)$ - поточний елемент вектору ЧХ; \mathbf{H}_f - вектор, який містить елементи $H(0), H(1), \dots, H(k-1)$ ЧХ; \mathbf{H}_b - вектор, який містить елементи $H(k+1), H(k+2), \dots, H(N-1)$ ЧХ; N - кількість підносійних.

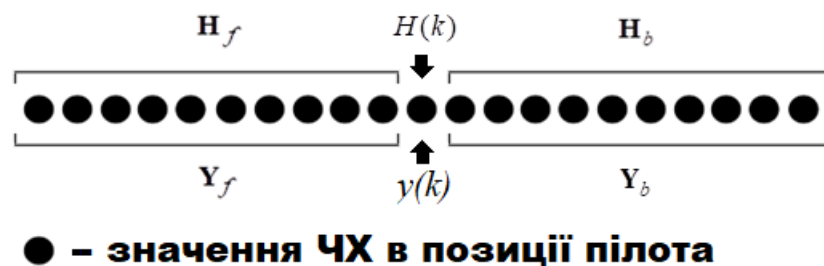


Рис. 2.1

Будемо вважати, що елементи які містяться в \mathbf{H}_f і \mathbf{H}_b являються умовно незалежними відносно поточного елементу $H(k)$, тоді можна записати:

$$P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b | H(k)) = P(\mathbf{H}_f | H(k)) P(\mathbf{H}_b | H(k)). \quad (2.2)$$

Вектор ЧХ \mathbf{H} включає в себе \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b і $H(k)$. Вираз для сумісної ЩЙ $P(\mathbf{H})$ елементів ЧХ має вигляд

$$P(\mathbf{H}) = p(H(k))P(\mathbf{H}_f | H(k))P(\mathbf{H}_b | H(k)) \quad (2.3)$$

де $p(H(k))$ - апіорна ЩЙ поточного елементу ЧХ.

Як відомо [29, 30, 31], для опису статистичного зв'язку між елементами ЧХ каналу зліва направо і справа наліво можна використати авторегресійну модель:

$$H(k) = \sum_{i=1}^p \alpha(i)H(k-i) + \omega'(k), \quad (2.4)$$

$$H(k) = \sum_{i=1}^p \alpha^*(i)H(k+i) + \omega''(k), \quad (2.5)$$

де p – порядок процесу авторегресії; $\alpha(i)$ - коефіцієнт авторегресії; $*$ - комплексне спряження; $\omega'(k)$ і $\omega''(k)$ - реалізації білого Гаусівського шуму з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_ω^2 .

З (2.1) слідує, що модель формування спостережень на k -ій підносійній має наступний вигляд

$$y(k) = s^r(k)H(k) + v(k), \quad (2.6)$$

де $y(k)$ - спостереження, яке відповідає $H(k)$; $s^r(k)$ - пілотний сигнал; $v(k)$ - білий гаусівський шум з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ_v^2 .

Для моделі (2.1) функцію правдоподібності можна записати у вигляді:

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{H}) = P(\mathbf{Y}_f, y(k) | \mathbf{H}_f, H(k))P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b), \quad (2.7)$$

де \mathbf{Y} - вектор спостережень, який включає в себе \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b , $y(k)$; \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b - вектори спостережень, які відповідають \mathbf{H}_f і \mathbf{H}_b ;

Апостеріорний розподіл ймовірностей $P(\mathbf{H} | \mathbf{Y})$ знайдемо за допомогою формули Байєса [58, 59]:

$$P(\mathbf{H} | \mathbf{Y}) = \frac{P(\mathbf{H})P(\mathbf{Y} | \mathbf{H})}{P(\mathbf{Y})}, \quad (2.8)$$

де $P(\mathbf{Y})$ - сумісна ЩЙ спостережень \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b і $y(k)$.

Підставивши (2.3) і (2.7) в (2.8) отримаємо:

$$P(\mathbf{H} | \mathbf{Y}) = p(H(k))P(\mathbf{H}_f | H(k))P(\mathbf{H}_b | H(k)) \times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k) | \mathbf{H}_f, H(k))P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y})}. \quad (2.9)$$

Виконаємо перетворення отриманого виразу застосувавши теорему множення ймовірностей:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{H} | \mathbf{Y}) &= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k))P(\mathbf{H}_b, H(k))P(\mathbf{Y}_f, y(k) | \mathbf{H}_f, H(k))P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y})p(H(k))} = \\ &= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k), \mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{H}_b, H(k))P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y})p(H(k))P(\mathbf{H}_b)} = \\ &= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{H}_f, H(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{H}_b, H(k))P(\mathbf{Y}_b)P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y})p(H(k))P(\mathbf{H}_b)} = \\ &= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{H}_f, H(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))p(H(k) | \mathbf{H}_b)P(\mathbf{Y}_b)P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y})p(H(k))}. \end{aligned}$$

Для знаходження апостеріорної ЩЙ $p(H(k) | \mathbf{Y})$ необхідно проінтегрувати отриманий вираз по \mathbf{H}_f та \mathbf{H}_b , в результаті якого отримаємо [60]:

$$p(H(k) | \mathbf{Y}) = \frac{p(H(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))p(H(k) | \mathbf{Y}_b)P(\mathbf{Y}_f, Y(k))P(\mathbf{Y}_b)}{p(H(k))P(\mathbf{Y})}. \quad (2.10)$$

Вираз (2.10) визначає послідовність виконання фільтрації ЧХ на підносійних з пілотними сигналами. Як видно з формули, фільтрація відбувається в два етапи. На першому етапі виконується фільтрація вздовж вектору ЧХ в напрямках зліва направо і справа наліво, результатами якої є обчислення апостеріорної $p(H(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))$ і екстрапольованої $p(H(k) | \mathbf{Y}_b)$ щільності ймовірностей. На другому етапі обраховується апостеріорна ЩЙ

відліку ЧХ $p(H(k)|Y)$ шляхом об'єднання $p(H(k)|Y_f, y(k))$, $p(H(k)|Y_b)$ та апіорної ЩЙ $p(H(k))$. При цьому щільності ймовірностей спостережень $P(Y_f, y(k))$, $P(Y_b)$, $P(Y)$ використовуються в якості нормуючих множників.

Отриманий вираз співпадає з виразом, отриманим в [12], що підтверджує правильність виконаних викладок.

Для інтерполяції ЧХ на підносійну з даними, яка знаходиться між підносійними з пілотними сигналами, застосуємо приведену вище методику для випадку, коли відсутнє спостереження $y(k)$, що представлено на рис. 2.2.

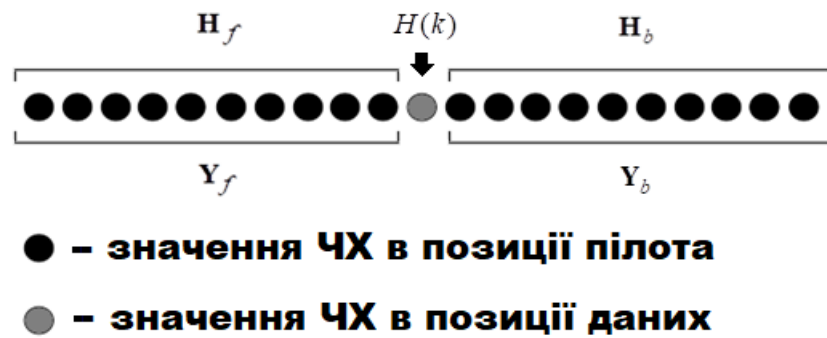


Рис. 2.2

Як було зазначено в (2.2) елементи які містяться в H_f і H_b являються умовно незалежними відносно поточного елементу $H(k)$. Сумісна ЩЙ $P(H)$ елементів ЧХ описується виразом (2.3).

За відсутності спостереження $y(k)$ функція правдоподібності приймає вигляд:

$$P(Y_f, Y_b | H) = P(Y_f | H_f) P(Y_b | H_b). \quad (2.11)$$

Апостеріорний розподіл ймовірностей $P(H | Y_f, Y_b)$ знайдемо за допомогою формули Баєса, підставивши (2.3) і (2.11) в (2.8):

$$P(\mathbf{H} | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) = p(H(k)) P(\mathbf{H}_f | H(k)) P(\mathbf{H}_b | H(k)) \times \frac{P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)}. \quad (2.12)$$

Виконаємо перетворення отриманого виразу застосувавши теорему множення ймовірностей

$$\begin{aligned} P(\mathbf{H} | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) &= \frac{p(H(k)) P(\mathbf{H}_f | H(k)) P(\mathbf{H}_b | H(k))}{p(H(k))} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) p(H(k))}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)} = \\ &= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k)) P(\mathbf{H}_b, H(k)) P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) p(H(k))} = \\ &= \frac{P(\mathbf{H}_f) p(H(k) | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{H}_b) p(H(k) | \mathbf{H}_b)}{p(H(k))} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)} = \frac{p(H(k) | \mathbf{H}_f) p(H(k) | \mathbf{H}_b)}{p(H(k))} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{H}_f | \mathbf{Y}_f) P(\mathbf{Y}_f) P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)}. \end{aligned}$$

Для знаходження апостеріорної ЩЙ $p(H(k) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)$ проінтегруємо отриманий вираз по \mathbf{H}_f та \mathbf{H}_b , в результаті чого отримаємо:

$$p(H(k) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) = \frac{P(\mathbf{Y}_f) P(\mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) p(H(k))} p(H(k) | \mathbf{Y}_f) p(H(k) | \mathbf{Y}_b). \quad (2.13)$$

Вираз (2.13) визначає послідовність виконання інтерполяції ЧХ на підносійні з даними. Аналіз формули (2.13) показує, що інтерполяція відбувається в два етапи. На першому етапі отримуються екстрапольовані ЩЙ в напрямках зліва направо $p(H(k) | \mathbf{Y}_f)$ і справа наліво $p(H(k) | \mathbf{Y}_b)$. На другому етапі обраховується умовна ЩЙ відліку ЧХ $p(H(k) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)$

шляхом об'єднання $p(H(k)|Y_f)$, $p(H(k)|Y_b)$ та апіорної ЩЙ $p(H(k))$.

При цьому щільності ймовірностей спостережень $P(Y_f)$, $P(Y_b)$, $P(Y_f, Y_b)$ використовуються як нормуючі множники.

Враховуючи те, що в об'єднанні беруть участь лише екстрапольовані ЩЙ, застосувавши індуктивний підхід слід зазначити, що вираз (2.13) можна застосовувати як для інтерполяції на одну точку даних між пілотами, так і на декілька точок даних між пілотами.

2.3 Розробка квазіоптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу

Недоліком отриманого оптимального двоетапного методу оцінювання ЧХ являється необхідність обчислення багатовимірних щільностей ймовірності, що вимагає значних обчислювальних затрат і затрудняє практичну реалізацію алгоритму. Важливою задачею є подолання цього недоліку, тому для цього скористаємось методом апроксимації умовних апостеріорних розподілів [61].

Розглянемо задачу фільтрації значень ЧХ в точках розміщення пілотних сигналів. При використанні гаусівських моделей для опису вектору ЧХ каналу щільності ймовірностей $p(H(k)|Y_f, y(k))$, $p(H(k)|Y_b)$ і $p(H(k))$ представляються гаусівськими:

$$p(H(k)|Y_f, y(k)) = N(\hat{H}_f, \hat{\sigma}_f^2),$$

$$p(H(k)|Y_b) = N(H_b^*, \sigma_b^{*2}),$$

$$p(H(k)) = N(\bar{H}, \bar{\sigma}^2)$$

Згідно методики, приведеної в [12], можна показати, що апостеріорна ЩЙ $p(H(k)|Y)$ являється гаусівською і має вигляд:

$$p(H(k)|\mathbf{Y}) = C \exp \left(-\frac{(H - \check{H})(H - \check{H})^H}{\check{\sigma}^2} \right), \quad (2.14)$$

де \check{H} і $\check{\sigma}^2$ - математичне очікування і дисперсія апостеріорної щільності ймовірностей $p(H(k)|\mathbf{Y})$; C - константа для номування.

При цьому \check{H} і $\check{\sigma}^2$ для фільтрації ЧХ на пілотних підносійних розраховуються за допомогою виразів [15, 62]:

$$\check{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.15)$$

$$\check{H} = \hat{H}_f + \frac{\check{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - \hat{H}_f); \quad (2.16)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\check{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.17)$$

$$\check{H} = \bar{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \check{H}); \quad (2.18)$$

де \check{H} і $\check{\sigma}^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані для поточного елементу ЧХ; \hat{H}_f і $\hat{\sigma}_f^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень $(\mathbf{Y}_f, y(k))$; H_b^* і σ_b^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_b ; \bar{H} і $\bar{\sigma}^2$ - апіорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу зв'язку.

Розглянемо задачу інтерполяції значень ЧХ на підносійні з даними. Вважаючи, що щільності ймовірностей $p(H(k)|\mathbf{Y}_f)$, $p(H(k)|\mathbf{Y}_b)$ і $p(H(k))$ є гаусівськими, так як вони описуються процесами авторегресії, запишемо:

$$p(H(k)|\mathbf{Y}_f) = N(H_f^*, \sigma_f^{*2}),$$

$$p(H(k)|\mathbf{Y}_b) = N(H_b^*, \sigma_b^{*2}),$$

$$p(H(k)) = N(\bar{H}, \bar{\sigma}^2).$$

Використовуючи методику, приведену в [12], можна показати, що ЩЙ $p(H(k)|\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)$ являється гаусівською і має вигляд

$$p(H(k)|\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b) = C \exp \left(-\frac{(H - \check{H})(H - \check{H})^H}{\check{\sigma}^2} \right). \quad (2.19)$$

де \check{H} і $\check{\sigma}^2$ - математичне очікування і дисперсія апостеріорної щільності ймовірностей $p(H(k)|\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b)$; C - константа.

При цьому \check{H} і $\check{\sigma}^2$ для інтерполяції ЧХ на підносійні з даними розраховуються з набору рівнянь [15, 62]:

$$\check{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\sigma_f^{*2} + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.20)$$

$$\check{H} = H_f^* + \frac{\check{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - H_f^*); \quad (2.21)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\check{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.22)$$

$$\check{H} = \bar{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \check{H}); \quad (2.23)$$

де \check{H} і $\check{\sigma}^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані для поточного елементу ЧХ; H_f^* і σ_f^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_f ; H_b^* і σ_b^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_b ; \bar{H} і $\bar{\sigma}^2$ - апіорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу зв'язку.

Як видно з формул (2.15) - (2.18) і (2.20) - (2.23), алгоритми об'єднання результатів першого етапу для фільтрації на пілотних підносійних і інтерполяції на підносійні з даними відрізняються лише тим, що у першому випадку об'єднуються апостеріорна оцінка з екстрапольованою, а в другому дві екстрапольовані оцінки.

Враховуючи той факт, що статистичний зв'язок між елементами ЧХ каналу зліва направо описується авторегресійною моделлю (2.4), векторно-матричній формі модель (2.4) може бути представлена у вигляді дискретної стохастичної динамічної системи

$$\mathbf{x}_f(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}_f(k-1) + \boldsymbol{\omega}(k), \quad (2.24)$$

де $\mathbf{x}_f(k) = [H(k), H(k-1), \dots, H(k-p+1)]^T$ - вектор стовпчик, розміром $p \times 1$, який містить значення ЧХ; $\boldsymbol{\omega}(k) = [\omega(k), 0, \dots, 0]^T$ - вектор стовпчик, розміром $p \times 1$, який враховує неточність представлення ЧХ авто регресійною моделлю, з кореляційною матрицею \mathbf{Q}_ω ; \mathbf{F}_f - матриця еволюції ЧХ каналу.

Матриці \mathbf{Q}_ω і \mathbf{F}_f мають наступний вигляд:

$$\mathbf{Q}_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_\omega^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_f = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_p \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Параметри матриць \mathbf{F}_f і \mathbf{Q}_ω визначаються на основі відомої кореляційної матриці каналу \mathbf{R} за допомогою рівнянь Юла-Уокера [34, 35, 36].

В цьому випадку розрахунок апостеріорних і екстрапольованих оцінок на першому етапі виконується за допомогою алгоритму калманівської фільтрації [63, 64, 65, 66, 67, 68]. Для фільтрації і екстраполяції в напрямку зліва направо (в прямому) по відношенню до вектору спостережень алгоритм приймає наступний вигляд [16]:

$$\mathbf{x}_f^*(k) = \mathbf{F}_f \cdot \hat{\mathbf{x}}_f(k-1) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{P}_f^*(k) = \mathbf{F}_f \cdot \hat{\mathbf{P}}_f(k-1) \cdot \mathbf{F}_f^H + \mathbf{Q}_\omega \quad (2.26)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_f(k) = \mathbf{x}_f^*(k), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{x}}_f(k) = \mathbf{x}_f^*(k) + \mathbf{K}_f(k)(y(k) - \mathbf{S}^r(k)\mathbf{x}_f^*(k)), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{P}}_f(k) = \mathbf{P}_f^*(k), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{P}}_f(k) = \mathbf{P}_f^*(k) - \mathbf{K}_f(k)\mathbf{S}^r(k)\mathbf{P}_f^*(k), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.28)$$

де $\mathbf{x}_f^*(k)$, $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$ - вектори прогнозу і оцінки значень ЧХ; $\mathbf{P}_f^*(k)$, $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$ - кореляційні матриці помилок прогнозу і оцінки; $\mathbf{K}_f(k) = \mathbf{P}_f^*(k)\mathbf{S}^r(k)^H / (\mathbf{S}^r(k)\mathbf{P}_f^*(k)\mathbf{S}^r(k)^H + \sigma_v^2)$ - вектор коефіцієнтів підсилення фільтра Калмана, який розраховується лише в точках $k \in \Omega_p$.

Так як статистичний зв'язок між елементами ЧХ каналу справа наліво аналогічною авторегресійною моделлю (2.5), для фільтрації і екстраполяції в зворотньому напрямку по відношенню до вектору спостережень алгоритм матиме аналогічний вигляд:

$$\mathbf{x}_b^*(k) = \mathbf{F}_b \hat{\mathbf{x}}_b(k+1), \quad (2.29)$$

$$\mathbf{P}_b^*(k) = \mathbf{F}_b \hat{\mathbf{P}}_b(k) \mathbf{F}_b^H + \mathbf{Q}_\omega, \quad (2.30)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_b(k) = \mathbf{x}_b^*(k), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{x}}_b(k) = \mathbf{x}_b^*(k) + \mathbf{K}_b(k)(y(k) - \mathbf{S}^r(k)\mathbf{x}_b^*(k)), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{P}}_b(k) = \mathbf{P}_b^*(k), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{P}}_b(k) = \mathbf{P}_b^*(k) - \mathbf{K}_b(k)\mathbf{S}^r(k)\mathbf{P}_b^*(k), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.32)$$

де $\mathbf{x}_b^*(k)$, $\hat{\mathbf{x}}_b(k)$ - вектори прогнозу і оцінки значень ЧХ; $\mathbf{P}_b^*(k)$, $\hat{\mathbf{P}}_b(k)$ - кореляційні матриці помилок прогнозу і оцінки; $\mathbf{K}_b(k) = \mathbf{P}_b^*(k)\mathbf{S}^r(k)^H / (\mathbf{S}^r(k)\mathbf{P}_b^*(k)\mathbf{S}^r(k)^H + \sigma_v^2)$ - вектор коефіцієнтів підсилення фільтра Калмана, який розраховується лише в точках $k \in \Omega_p$; \mathbf{F}_b - матриця еволюції системи, яка має наступний вигляд

$$\mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} \alpha_1^H & \alpha_2^H & \cdots & \alpha_p^H \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Як видно з рівнянь (2.25) - (2.28) і (2.29) - (2.32), в точках розміщення пілотів алгоритми в якості оцінки використовують відфільтровані значення ЧХ каналу. В точках, де пілоти відсутні, алгоритми виконують екстраполяцію значень ЧХ каналу, використовуючи при цьому прогнози в якості оцінки.

Апостеріорною оцінкою \hat{H}_f являється елемент з індексом (1) вектору $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$. Дисперсією апостеріорної оцінки $\hat{\sigma}_f^2$ являється елемент з індексами (1,1) матриці $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$. Екстрапольованими оцінками H_f^* і H_b^* являються елементи з індексом (1) векторів $\mathbf{x}_f^*(k)$ і $\mathbf{x}_b^*(k)$. Дисперсіями екстрапольованих оцінок σ_f^{*2} і σ_b^{*2} являються елементи з індексом (1,1) матриць $\mathbf{P}_f^*(k)$ і $\mathbf{P}_b^*(k)$ відповідно.

Виходячи з формул фільтрації та екстраполяції в прямому і в зворотному напрямку, алгоритм об'єднання їх результатів приймає наступний вигляд [15, 62]:

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.33)$$

$$\tilde{H} = \hat{H}_f + \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - \hat{H}_f); \quad (2.34)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.35)$$

$$\check{H} = \tilde{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \tilde{H}); \quad (2.36)$$

де \bar{H} і \bar{P} - апіорні значення математичного очікування і дисперсії каналу зв'язку.

2.4 Розробка оптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Двоетапність даного методу полягає у виконанні оцінювання ЧХ каналу в прямому та зворотному напрямку по прийнятому n -му OFDM символу, а також виконанні оцінювання в часовому напрямку на кожній із підносійних на першому етапі з подальшим оптимальним об'єднанням результатів на другому етапі.

Як уже було зазначено, оцінювання ЧХ виконується шляхом фільтрації її значень в точках розміщення пілотних сигналів та інтерполяції її значень на підносійні з даними. Задача фільтрації ЧХ на підносійних з пілотними сигналами, враховуючи пілоти з попередніх OFDM символів, представлена на рис. 2.3.

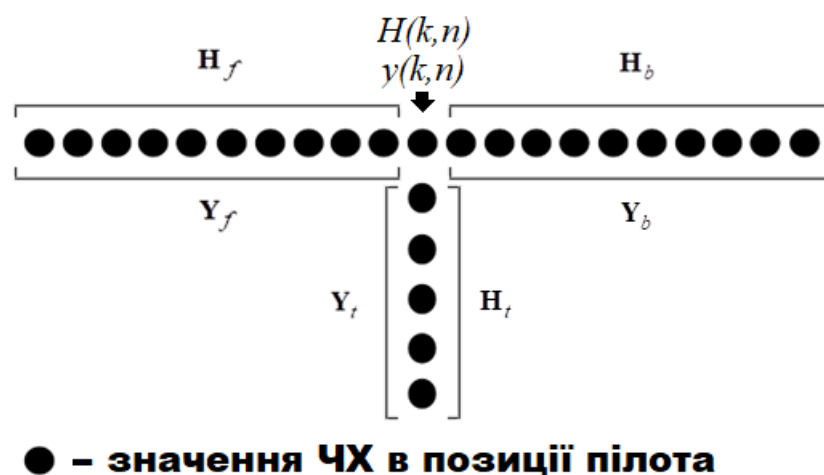


Рис. 2.3

Відповідно до рис. 2.3 $H(k,n)$ - поточний елемент вектору ЧХ; \mathbf{H}_f - вектор, який містить елементи $H(0,n), H(1,n), \dots, H(k-1,n)$ ЧХ; \mathbf{H}_b - вектор, який містить елементи $H(k+1,n), H(k+2,n), \dots, H(N-1,n)$ ЧХ; \mathbf{H}_t - вектор,

який містить елементи $H(k,0), H(k,1), \dots, H(k,n-1)$ ЧХ; N - кількість підносійних.

Вважаючи, що елементи, які містяться в \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b і \mathbf{H}_t , являються умовно незалежними [69, 70] відносно поточного елементу $H(k,n)$, можна записати:

$$P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{H}_t | H(k,n)) = P(\mathbf{H}_f | H(k,n)) \times P(\mathbf{H}_b | H(k,n)) P(\mathbf{H}_t | H(k,n)). \quad (2.37)$$

Вираз для сумісної ЩЙ $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t)$ має вигляд:

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t) = p(H(k,n)) P(\mathbf{H}_f | H(k,n)) \times P(\mathbf{H}_b | H(k,n)) P(\mathbf{H}_t | H(k,n)) \quad (2.38)$$

де $p(H(k,n))$ - апіорна ЩЙ поточного елементу ЧХ.

Застосовуючи теорему множення ймовірностей виконаємо наступні перетворення

$$\begin{aligned} P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t) &= p(H(k,n)) P(\mathbf{H}_f | H(k,n)) \times \\ &\times P(\mathbf{H}_b | H(k,n)) P(\mathbf{H}_t | H(k,n)) \frac{p^2(H(k,n))}{p^2(H(k,n))} = \\ &= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k,n)) P(\mathbf{H}_b, H(k,n)) P(\mathbf{H}_t, H(k,n))}{p^2(H(k,n))}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Для опису статистичного зв'язку між елементами ЧХ каналу в частотному напрямку зліва направо і справа наліво використовуються авторегресійні моделі (2.4) і (2.5). В часовому напрямку також будемо використовувати авторегресійну модель [24, 32, 33]:

$$H(k,n) = \sum_{j=1}^q \beta(j) H(k,n-j) + \xi(k,n), \quad (2.40)$$

де q – порядок процесу авторегресії; $\beta(j)$ - коефіцієнти авторегресії; $\xi(k,n)$ - білий шум з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_ξ^2 .

Як слідує з (2.1), модель формування спостереження для (k, n) підносіної має наступний вигляд:

$$y(k, n) = s^r(k, n)H(k, n) + v(k, n),$$

де $y(k, n)$ - спостереження, яке відповідає $H(k, n)$; $s^r(k, n)$ - пілотний сигнал; $v(k, n)$ - білий гаусівський шум.

Для вищевказаної моделі формування спостереження функцію правдоподібності можна записати у вигляді

$$P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t) = P(\mathbf{Y}_f, y(k, n) | \mathbf{H}_f, H(k, n)) \times \\ \times P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t), \quad (2.41)$$

де \mathbf{Y} - вектор спостережень, який включає в себе \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b , $y(k, n)$; \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b , \mathbf{Y}_t - вектори спостережень, які відповідають \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b , \mathbf{H}_t ;

Апостеріорний розподіл ймовірностей $P(\mathbf{H} | \mathbf{Y})$ знайдемо за формулою Баєса [58, 59]:

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \frac{P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)}, \quad (2.42)$$

де $P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ - сумісна ЩЙ спостережень \mathbf{Y}_f , \mathbf{Y}_b , \mathbf{Y}_t і $y(k, n)$.

Підставивши (2.39) і (2.41) в (2.42) отримаємо

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n)) P(\mathbf{H}_b, H(k, n)) P(\mathbf{H}_t, H(k, n))}{p^2(H(k, n))} \times \\ \times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n) | \mathbf{H}_f, H(k, n)) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)}. \quad (2.43)$$

Виконаємо перетворення отриманого виразу застосувавши теорему множення ймовірностей

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) &= P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \\
&= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n)) P(\mathbf{H}_b, H(k, n)) P(\mathbf{H}_t, H(k, n))}{p^2(H(k, n))} \times \\
&\times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n) | \mathbf{H}_f, H(k, n))}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)} \times \\
P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t) &= \\
&= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n), \mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(\mathbf{H}_b, H(k, n))}{p^2(H(k, n)) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)} \times \\
&\times P(\mathbf{H}_t, H(k, n)) P(\mathbf{Y}_b, \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t, \mathbf{H}_t) = \\
&= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(\mathbf{H}_f, H(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n))}{p^2(H(k, n))} \times \\
&\times P(\mathbf{H}_b, H(k, n)) P(\mathbf{H}_t, H(k, n)) \times \\
&\times \frac{P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t) P(\mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Записавши $P(\mathbf{H}_b, H(k, n)) = P(\mathbf{H}_b) P(H(k, n) | \mathbf{H}_b)$ і

$P(\mathbf{H}_t, H(k, n)) = P(\mathbf{H}_t) P(H(k, n) | \mathbf{H}_t)$ підставимо у вираз (2.44), в результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) &= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(H(k, n) | \mathbf{H}_t)}{p^2(H(k, n))} \times \\
&\times P(\mathbf{H}_f, H(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(H(k, n) | \mathbf{H}_b) \times \\
&\times \frac{P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t) P(\mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)}.
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Для знаходження апостеріорної ЩЙ $p(H(k, n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ необхідно проінтегрувати отриманий вираз по \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b та \mathbf{H}_t , в результаті чого отримаємо

$$\begin{aligned}
 p(H(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) &= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k,n)) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)} \times \\
 &\times \frac{p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)}{p^2(H(k,n))}.
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

Вираз (2.46) визначає послідовність виконання фільтрації ЧХ на підносійних з пілотними сигналами. Як видно з формули, фільтрація відбувається в два етапи. На першому етапі виконується фільтрація в частотному і часовому напрямках, результатами якої є обчислення апостеріорної $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n))$ і екстрапольованих $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)$ та $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)$ щільностей ймовірності. На другому етапі обраховується умовна ймовірність відліку ЧХ $p(H(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ шляхом об'єднання $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n))$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)$ та апріорної ЩЙ $p(H(k,n))$. При цьому щільності ймовірностей спостережень $P(\mathbf{Y}_f, y(k))$, $P(\mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{Y}_t)$, $P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ використовуються як нормуючі множники.

Задача інтерполяції ЧХ на підносійні з даними, враховуючи пілоти з попередніх OFDM символів, представлена на рис. 2.4.

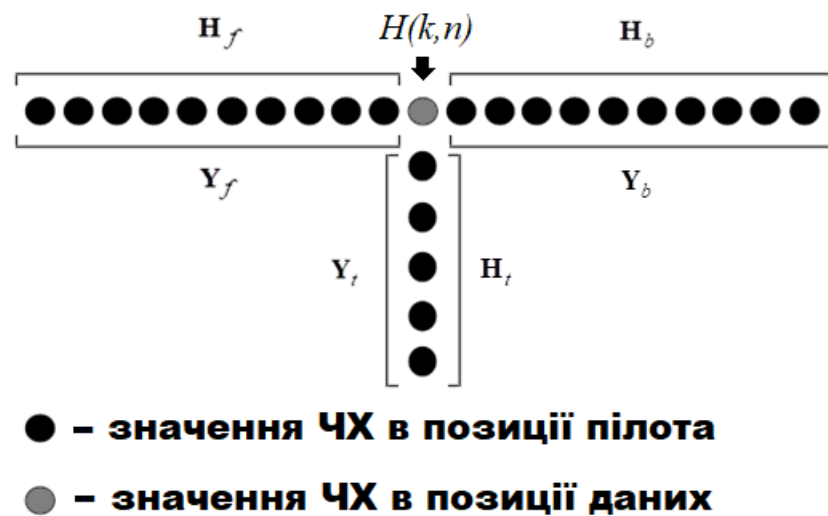


Рис. 2.4

Елементи, які містяться в \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b і \mathbf{H}_t , являються умовно незалежними відносно поточного елементу $H(k,n)$, що описується рівнянням (2.37). Сумісна ЩЙ $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t)$ описується виразом (2.38).

За відсутності спостереження $y(k,n)$ функція правдоподібності приймає вигляд

$$P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t) = P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t). \quad (2.47)$$

Апостеріорний розподіл ймовірностей $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$ знайдемо за допомогою формули Баєса, підставивши (2.39) і (2.47) в (2.42)

$$\begin{aligned} P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t) &= \frac{P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k,n)) P(\mathbf{H}_b, H(k,n)) P(\mathbf{H}_t, H(k,n))}{p^2(H(k,n))}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Виконаємо перетворення отриманого виразу застосувавши теорему множення ймовірностей

$$\begin{aligned} P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t) &= \\ &= \frac{P(\mathbf{Y}_f | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{H}_f) p(H(k,n) | \mathbf{H}_f) P(\mathbf{H}_b)}{p^2(H(k,n))} \times \\ &\times p(H(k,n) | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{H}_t) p(H(k,n) | \mathbf{H}_t) = \\ &= \frac{P(\mathbf{H}_f | \mathbf{Y}_f) P(\mathbf{Y}_f) P(\mathbf{H}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{H}_t | \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)} \times \\ &\times \frac{p(H(k,n) | \mathbf{H}_f) p(H(k,n) | \mathbf{H}_b) p(H(k,n) | \mathbf{H}_t)}{p^2(H(k,n))}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Для знаходження апостеріорної ЩЙ $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$ проінтегруємо отриманий вираз по \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b і \mathbf{H}_t , в результаті чого отримаємо

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t) = \frac{P(\mathbf{Y}_f)P(\mathbf{Y}_b)P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)} \times \frac{p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f)p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)}{p^2(H(k,n))}. \quad (2.50)$$

Вираз (2.50) визначає послідовність виконання екстраполяції ЧХ на підносійні з даними. Аналіз формули (2.50) показує, що екстраполяція відбувається в два етапи. На першому етапі отримуються екстрапольовані ймовірності $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f)$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)$ і $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)$. На другому етапі обраховується умовна ймовірність відліку ЧХ $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$ шляхом об'єднання $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f)$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)$ та апріорної ЩЙ $p(H(k,n))$. При цьому щільності ймовірностей спостережень $P(\mathbf{Y}_f)$, $P(\mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{Y}_t)$, $P(\mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$ використовуються як нормуючі множники.

Враховуючи те, що в об'єднанні беруть участь лише екстрапольовані ймовірності, застосувавши індуктивний підхід можна сказати, що вираз (2.50) можна застосовувати як для інтерполяції на одну точку даних між пілотами, так і на декілька точок даних між пілотами.

2.5 Розробка квазіоптимального двоетапного методу оцінювання частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Як уже зазначалося, недоліком оптимального двоетапного методу оцінювання ЧХ являється необхідність обчислення багатовимірних

щільностей ймовірності, що вимагає значних обчислювальних затрат і затрудняє практичну реалізацію алгоритму. Для подолання цього недоліку скористаємось методом апроксимації умовних апостеріорних розподілів.

Розглянемо задачу фільтрації значень ЧХ в точках розміщення пілотних сигналів. Враховуючи те, що щільності ймовірностей $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n))$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b)$, $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)$, $p(H(k,n))$ описуються процесами авторегресії і тому являються гаусівськими, запишемо:

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)) = N(\hat{H}_f, \hat{\sigma}_f^2),$$

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b) = N(H_b^*, \sigma_b^{*2}),$$

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t) = N(H_t^*, \sigma_t^{*2})$$

$$p(H(k,n)) = N(\bar{H}, \bar{\sigma}^2).$$

Розглянемо детальніше окремо множник з виразу (2.46)

$$\frac{p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)}{p^2(H(k,n))}. \quad (2.51)$$

З урахуванням того, що щільності ймовірностей, які входять у вираз (2.51), являються гаусівськими, запишемо показники експонент:

$$\begin{aligned} & \frac{(H - \hat{H}_f)(H - \hat{H}_f)^H}{\hat{\sigma}_f^2} + \frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}} - \\ & - \frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2} + \frac{(H - H_t^*)(H - H_t^*)^H}{\sigma_t^{*2}} - \\ & - \frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Перепишемо вираз (2.52) у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
& (H - \hat{H}_f)(H - \hat{H}_f)^H (\hat{\sigma}_f^2)^{-1} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Застосовуючи методику, приведену в [64], розглянемо більш детально перші два доданки виразу (2.53):

$$(H - \hat{H}_f)(H - \hat{H}_f)^H (\hat{\sigma}_f^2)^{-1} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H (\sigma_b^{*2})^{-1}. \tag{2.54}$$

Виконавши ряд перетворень відповідно до методики з [64] вираз (2.54) може бути представлений у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
& (H - \hat{H}_f)(H - \hat{H}_f)^H (\hat{\sigma}_f^2)^{-1} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H B^{-1}
\end{aligned} \tag{2.55}$$

де

$$A = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}} \tag{2.56}$$

$$\tilde{H} = \hat{H}_f + (H_b^* - \hat{H}_f)(\sigma_b^{*2})^{-1} A, \tag{2.57}$$

$$B = \hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2} \tag{2.58}$$

Підставимо (2.55) в (2.53), в результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H B^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Окремо розглянемо перший і третій доданки отриманого виразу

$$(H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} \tag{2.60}$$

Внесемо мінус перед другим доданком в дужки:

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}.
\end{aligned} \tag{2.61}$$

Після виконання перетворень, вираз може бути представлений у вигляді:

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H})(H - \tilde{H})^H A^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \check{H})(H - \check{H})^H D^{-1} + (\bar{H} - \check{H})(\bar{H} - \check{H})^H E^{-1}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

де

$$D = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{A - \bar{\sigma}^2} \tag{2.63}$$

$$\check{H} = \tilde{H} - (\bar{H} - \tilde{H})(\bar{\sigma}^2)^{-1} D, \tag{2.64}$$

$$E = A - \bar{\sigma}^2. \tag{2.65}$$

Врахувавши (2.62) вираз (2.59) може бути записаний у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
& (H - \check{H})(H - \check{H})^H D^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H B^{-1} + \\
& + (\bar{H} - \check{H})(\bar{H} - \check{H})^H E^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Більш детально розглянемо перший і четвертий доданки отриманого виразу:

$$(H - \check{H})(H - \check{H})^H D^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} \tag{2.67}$$

Після виконання перетворень вираз (2.67) матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
& (H - \check{H})(H - \check{H})^H D^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} + (H_t^* - \check{H})(H_t^* - \check{H})^H J^{-1}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

де

$$G = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{D + \sigma_t^{*2}} \quad (2.69)$$

$$\hat{H} = \check{H} + (H_t^* - \check{H})(\sigma_t^{*2})^{-1} G, \quad (2.70)$$

$$J = D + \sigma_t^{*2}. \quad (2.71)$$

Підставивши (2.68) в (2.66) отримаємо:

$$\begin{aligned} & (H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H B^{-1} + \\ & + (\bar{H} - \check{H})(\bar{H} - \check{H})^H E^{-1} + (H_t^* - \check{H})(H_t^* - \check{H})^H J^{-1} - \\ & - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Розглянемо перший і останній доданки отриманого виразу (2.72):

$$(H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} \quad (2.73)$$

Перепишемо вираз (2.73), виконавши внесення мінуса перед другим доданком в дужки:

$$\begin{aligned} & (H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\ & = (H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Виконаємо перетворення виразу (2.74) і запишемо його у вигляді:

$$\begin{aligned} & (H - \hat{H})(H - \hat{H})^H G^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\ & = (H - H')(H - H')^H K^{-1} + (\bar{H} - \hat{H})(\bar{H} - \hat{H})^H L^{-1} \end{aligned} \quad (2.75)$$

де

$$K = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{G - \bar{\sigma}^2} \quad (2.76)$$

$$H' = \hat{H} - (\bar{H} - \hat{H})(\bar{\sigma}^2)^{-1} K, \quad (2.77)$$

$$L = G - \bar{\sigma}^2. \quad (2.78)$$

Підставивши (2.75) в (2.72) отримаємо:

$$\begin{aligned}
& (H - H')(H - H')^H K^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H B^{-1} + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H})(\bar{H} - \tilde{H})^H E^{-1} + (H_t^* - \check{H})(H_t^* - \check{H})^H J^{-1} + \\
& + (\bar{H} - \hat{H})(\bar{H} - \hat{H})^H L^{-1}.
\end{aligned} \tag{2.79}$$

Таким чином, в результаті виконання перетворень (2.54) - (2.78) вираз (2.53) прийняв вигляд (2.79). Аналіз виразу (2.79) показує, що доданки з другого по останній не залежать від H і є константами.

Введемо наступні позначення $\tilde{\sigma}^2 = A$, $B = \hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}$, $\bar{\sigma}^2 = D$, $E = \tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}^2 = G$, $J = \tilde{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2}$, $\sigma'^2 = K$, $L = \hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2$.

З урахуванням вищевказаних позначень, перепишемо вираз (2.79) в експоненціальній формі

$$\begin{aligned}
& \exp\left(-\frac{(H - H')(H - H')^H}{\sigma'^2}\right) \times \exp\left(-\frac{(H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H}{(\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2})}\right) \times \\
& \times \exp\left(-\frac{(\bar{H} - \tilde{H})(\bar{H} - \tilde{H})^H}{(\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2)}\right) \times \exp\left(-\frac{(H_t^* - \check{H})(H_t^* - \check{H})^H}{(\tilde{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2})}\right) \times \\
& \times \exp\left(-\frac{(\bar{H} - \hat{H})(\bar{H} - \hat{H})^H}{(\hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2)}\right)
\end{aligned} \tag{2.80}$$

Введемо наступні позначення

$$C_1 = \exp\left(-\frac{(H_b^* - \hat{H}_f)(H_b^* - \hat{H}_f)^H}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}\right) \tag{2.81}$$

$$C_2 = \exp\left(-\frac{(\bar{H} - \tilde{H})(\bar{H} - \tilde{H})^H}{\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}\right) \tag{2.82}$$

$$C_3 = \exp \left(- \frac{(H_t^* - \tilde{H})(H_t^* - \tilde{H})^H}{(\tilde{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2})} \right) \quad (2.83)$$

$$C_4 = \exp \left(- \frac{(\bar{H} - \hat{H})(\bar{H} - \hat{H})^H}{(\hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2)} \right) \quad (2.84)$$

На основі (2.80) і позначень (2.81) – (2.84) вираз (2.51) запишемо в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b) p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t)}{p^2(H(k,n))} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f \sigma_b^* \sigma_t^*} C_1 C_2 C_3 C_4 \exp \left(- \frac{(H - H')(H - H')^H}{\sigma'^2} \right) \end{aligned} \quad (2.85)$$

Помножимо і розділимо праву частину виразу (2.85) на σ' і підставимо в (2.46):

$$\begin{aligned} p(H(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) &= \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k,n)) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)} \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma'} \frac{\bar{\sigma}^2 \sigma'}{\hat{\sigma}_f \sigma_b^* \sigma_t^*} C_1 C_2 C_3 C_4 \exp \left(- \frac{(H - H')(H - H')^H}{\sigma'^2} \right). \end{aligned} \quad (2.86)$$

З отриманого виразу (2.86) можна сказати, що ЩЙ $p(H(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ являється гаусівською і має вигляд:

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = C \exp \left(- \frac{(H - H')(H - H')^H}{\sigma'^2} \right)$$

де \tilde{H} і $\tilde{\sigma}^2$ розраховуються з набору формул, виведених в процесі виконання перетворень (2.54) – (2.78):

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.87)$$

$$\tilde{H} = \hat{H}_f + \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - \hat{H}_f); \quad (2.88)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\check{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.89)$$

$$\check{H} = \tilde{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2}(\bar{H} - \tilde{H}); \quad (2.90)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{\check{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2}} \quad (2.91)$$

$$\hat{H} = \check{H} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_t^{*2}}(H_t^* - \check{H}); \quad (2.92)$$

$$\sigma'^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\check{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.93)$$

$$H' = \hat{H} - \frac{\sigma'^2}{\bar{\sigma}^2}(\bar{H} - \hat{H}); \quad (2.94)$$

де H' і σ'^2 - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані для поточного елементу ЧХ; \hat{H}_f і $\hat{\sigma}_f^2$ - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень $(\mathbf{Y}_f, y(k, n))$; H_b^* і σ_b^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_b ; H_t^* і σ_t^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_t ; \bar{H} і $\bar{\sigma}^2$ - апіорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу зв'язку.

Розглянемо задачу інтерполяції значень ЧХ на підносійні з даними. Враховуючи те, що щільності ймовірностей $p(H(k, n) | \mathbf{Y}_f)$, $p(H(k, n) | \mathbf{Y}_b)$, $p(H(k, n) | \mathbf{Y}_t)$, $p(H(k, n))$ описуються процесами авторегресії і тому є гаусівськими, запишемо:

$$p(H(k, n) | \mathbf{Y}_f) = N(H_f^*, \sigma_f^{*2}),$$

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_b) = N(H_b^*, \sigma_b^{*2}),$$

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_t) = N(H_t^*, \sigma_t^{*2})$$

$$p(H(k,n)) = N(\bar{H}, \bar{\sigma}^2).$$

Використовуючи методику, аналогічну до отримання виразів (2.87) - (2.94) при рішенні задачі фільтрації на пілотних підносійних, можна показати, що ЩЙ $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$ з виразу (2.50) являється гаусівською і має вигляд

$$p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t) = C \exp \left(-\frac{(H - H')(H - H')^H}{\sigma'^2} \right).$$

де H' і σ'^2 - математичне очікування і дисперсія апостеріорної щільності ймовірностей $p(H(k,n) | \mathbf{Y}_f, \mathbf{Y}_b, \mathbf{Y}_t)$; C - константа.

При цьому H' і σ'^2 для інтерполяції ЧХ на підносійні з даними розраховуються з набору рівнянь

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\sigma_f^{*2} + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.95)$$

$$\tilde{H} = H_f^* + \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - H_f^*); \quad (2.96)$$

$$\check{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}; \quad (2.97)$$

$$\check{H} = \tilde{H} - \frac{\check{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \tilde{H}); \quad (2.98)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{\check{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2}}; \quad (2.99)$$

$$\hat{H} = \check{H} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_t^{*2}} (H_t^* - \check{H}); \quad (2.100)$$

$$\sigma'^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\bar{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}; \quad (2.101)$$

$$H' = \hat{H} - \frac{\sigma'^2}{\bar{\sigma}^2}(\bar{H} - \hat{H}); \quad (2.102)$$

де H' і σ'^2 - апостеріорна оцінка і дисперсія апостеріорної оцінки, обраховані для поточного елементу ЧХ; H_f^* і σ_f^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_f ; H_b^* і σ_b^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_b ; H_t^* і σ_t^{*2} - екстрапольована оцінка і дисперсія екстрапольованої оцінки, обраховані на першому етапі при обробці спостережень \mathbf{Y}_t ; \bar{H} і $\bar{\sigma}^2$ - апіорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу зв'язку.

Як видно з наборів формул (2.87) – (2.94) і (2.95) – (2.102), алгоритми об'єднання результатів фільтрації на пілотних підносійних і інтерполяції на підносійні з даними відрізняються лише тим, що у першому випадку об'єднуються апостеріорна оцінка з двома екстрапольованими, а в другому три екстрапольовані оцінки.

Алгоритми калманівської фільтрації для розрахунку апостеріорних і екстрапольованих оцінок на першому етапі в прямому і зворотному напрямках розглянуті в підрозділі 2.3. Враховуючи той факт, що статистичний зв'язок між елементами ЧХ каналу в часовому описується авторегресійною моделлю (2.40), алгоритм фільтрації і екстраполяції в часовому напрямку на k -й підносійній має наступний вигляд [16]:

$$\mathbf{x}_t^*(k, n) = \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}_t(k, n-1), \quad (2.103)$$

$$\mathbf{P}_t^*(k, n) = \mathbf{G}\hat{\mathbf{P}}_t(k, n-1)\mathbf{G}^H + \mathbf{Q}_\xi, \quad (2.104)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_t(k, n) = \mathbf{x}_t^*(k, n), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{x}}_t(k, n) = \mathbf{x}_t^*(k, n) + \mathbf{K}_t(k, n)(y(k, n) - \mathbf{S}^r(k, n)\mathbf{x}_t^*(k, n)), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.105)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{P}}_t(k, n) = \mathbf{P}_t^*(k, n), \text{ if } k \notin \Omega_p \\ \hat{\mathbf{P}}_t(k, n) = \mathbf{P}_t^*(k, n) - \mathbf{K}_t(k, n)\mathbf{S}^r(k, n)\mathbf{P}_t^*(k, n), \text{ if } k \in \Omega_p \end{cases} \quad (2.106)$$

де $\mathbf{x}_t^*(k, n)$, $\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$ - вектори прогнозу і оцінки значень ЧХ; $\mathbf{P}_t^*(k, n)$, $\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$ - кореляційні матриці помилок прогнозу і оцінки; $\mathbf{K}_t(k, n) = \mathbf{P}_t^*(k, n)\mathbf{S}^r(k, n)^H / (\mathbf{S}^r(k, n)\mathbf{P}_t^*(k, n)\mathbf{S}^r(k, n)^H + \sigma_v^2)$ - вектор коефіцієнтів підсилення фільтра Калмана, який розраховується лише в точках $k \in \Omega_p$; матриці \mathbf{Q}_ξ і \mathbf{G} мають наступний вигляд

$$\mathbf{Q}_\xi = \begin{bmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_q \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Параметри матриць \mathbf{G} і \mathbf{Q}_ξ визначаються на основі відомої кореляційної матриці каналу \mathbf{R} за допомогою рівнянь Юла-Уокера [34, 35, 36].

Як видно з рівнянь (2.103) - (2.106), в точках розміщення пілотів алгоритм в якості оцінки використовує відфільтровані значення ЧХ каналу. В точках, де пілоти відсутні, алгоритм виконує екстраполяцію значень ЧХ каналу, використовуючи при цьому прогнози в якості оцінки.

Виходячи з формул (2.25) - (2.28) для фільтрації та екстраполяції в прямому напрямку, формул (2.29) - (2.32) для фільтрації та екстраполяції в зворотному напрямку і формул (2.103) - (2.106) для фільтрації та екстраполяції в часовому напрямку, алгоритм об'єднання їх результатів приймає наступний вигляд [16]:

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{\hat{\sigma}_f^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (2.107)$$

$$\tilde{H} = \hat{H}_f + \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - \hat{H}_f); \quad (2.108)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.109)$$

$$\check{H} = \tilde{H} - \frac{\tilde{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \tilde{H}); \quad (2.110)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{\tilde{\sigma}^2 + \sigma_t^{*2}} \quad (2.111)$$

$$\hat{H} = \check{H} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_t^{*2}} (H_t^* - \check{H}); \quad (2.112)$$

$$\sigma'^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\hat{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (2.113)$$

$$H' = \hat{H} - \frac{\sigma'^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \hat{H}); \quad (2.114)$$

де \bar{H} і \bar{P} - апіорні значення математичного очікування і дисперсії ЧХ каналу зв'язку.

При цьому апостеріорною оцінкою \hat{H}_f являється елемент з індексом (1) вектору $\hat{\mathbf{x}}_f(k, n)$. Дисперсією апостеріорної оцінки $\hat{\sigma}_f^2$ являється елемент з індексами (1,1) матриці $\hat{\mathbf{P}}_f(k, n)$. Екстрапольованими оцінками H_b^* і H_t^* являються елементи з індексом (1) векторів $\mathbf{x}_b^*(k, n)$ і $\mathbf{x}_t^*(k, n)$. Дисперсіями екстрапольованих оцінок σ_b^{*2} і σ_t^{*2} являються елементи з індексом (1,1) матриць $\mathbf{P}_b^*(k, n)$ і $\mathbf{P}_t^*(k, n)$ відповідно.

2.6 Аналіз синтезованих алгоритмів

Аналіз синтезованих квазіоптимальних алгоритмів виконано на модельному прикладі шляхом статистичного моделювання. В якості прикладу розглянуто випадок, при якому ЧХ каналу представлена лінійною

гаусівською авторегресійною моделлю [71, 72], яка описується наступними рівняннями:

$$H(1,1) = \sqrt{\sigma_{\psi}^2} \cdot \psi(1,1) \quad (2.115)$$

$$H(k,1) = \alpha H(k-1,1) + \sqrt{\sigma_{\psi}^2 (1 - \text{conj}(\alpha) \cdot \alpha)} \cdot \psi(k,1), \quad k = 2 \dots N, \quad (2.116)$$

$$H(1,n) = \beta H(1,n-1) + \sqrt{\sigma_{\psi}^2 (1 - \text{conj}(\beta) \cdot \beta)} \cdot \psi(1,n), \quad n = 2 \dots M, \quad (2.117)$$

$$H(k,n) = \alpha H(k-1,n) + \beta H(k,n-1) - \alpha \beta H(k-1,n-1) + \sqrt{\sigma_{\psi}^2 (1 - \text{conj}(\alpha) \cdot \alpha)(1 - \text{conj}(\beta) \cdot \beta)} \cdot \psi(k,n), \quad k = 2 \dots N, n = 2 \dots M \quad (2.118)$$

де $H(k,n)$ - значення ЧХ на k -й підносійній n -го OFDM символу; α - коефіцієнт авторегресії в частотному напрямку; β - коефіцієнт авторегресії в часовому напрямку; ψ - білий гаусівський шум з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_{ψ}^2 ; N - кількість підносійних в OFDM символі; M - кількість OFDM символів.

Для моделювання використовувалась лінійна гаусівська авторегресійна модель з наступними параметрами: $\alpha = 0.95 - 0.05i$, $\beta = 0.85$, $\sigma_{\psi}^2 = 0.9$, $N = 1024$, $M = 128$. Дисперсія шуму спостереження $\sigma_v^2 = 0.009$. На інформаційних підносійних передавалися рівноймовірні символи із сузір'я QPSK. Пілотні символи, які також містили символи із сузір'я QPSK, розміщалися за схемою паралелограмної решітки (рис. 1.3г).

На рис. 2.5 представлено теоретичні залежності СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховані з формули (2.28) для оцінювання в прямому напрямку, формули (2.32) для оцінювання в зворотному напрямку, формули (2.35) для об'єднання результатів оцінювання в прямому та зворотному напрямках. На рис. 2.6 представлено аналогічні промодельовані залежності СКВ помилок оцінки ЧХ σ'_{MK} , розраховані методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритмів на проміжку з 40 підносійних із загальної кількості в n -му OFDM символі.

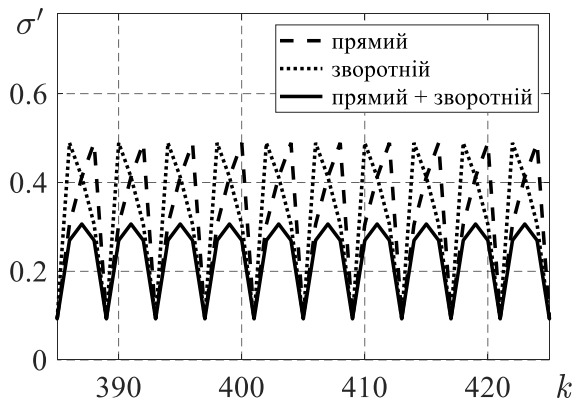


Рис. 2.5

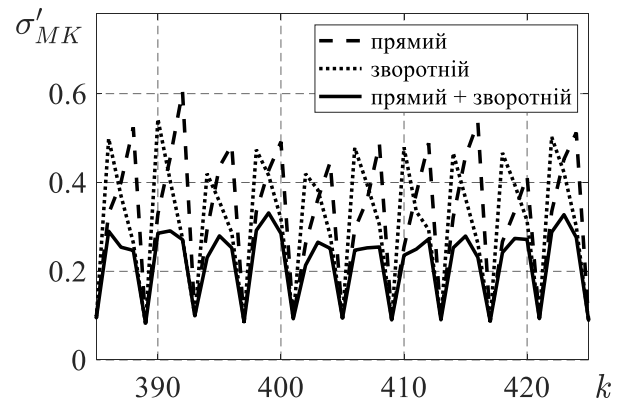


Рис. 2.6

Як видно з рисунків, теоретичні і модельні СКВ помилок оцінки добре узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Крім того, алгоритм об'єднання результатів на другому етапі (2.33) - (2.36) дозволяє зменшити СКВ помилки до 50% у порівнянні з алгоритмами оцінювання (2.25) - (2.28) в прямому напрямку і (2.29) - (2.32) в зворотному напрямку.

На рис. 2.7 представлено теоретичну залежність СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховану з формули (2.106) для оцінювання в часовому напрямку, і аналогічну промодельовану залежність СКВ помилок оцінки ЧХ $\sigma'_{МК}$, розраховану методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритму на проміжку з 40 символів на k -й підносійній.

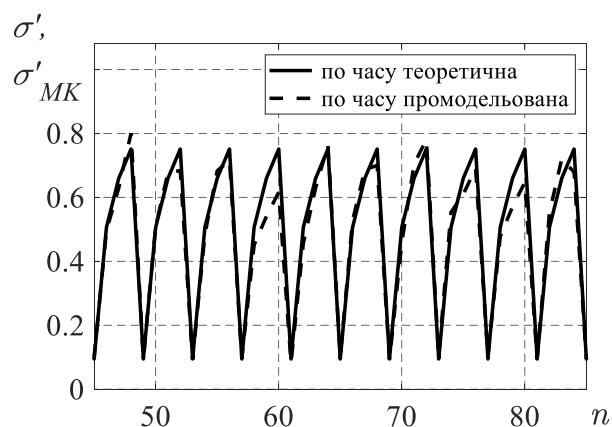


Рис. 2.7

На рис. 2.8 представлено теоретичні залежності СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховані з формули (2.35) для об'єднання результатів оцінювання в прямому та зворотному напрямках та формули (2.113) для

об'єднання результатів оцінювання в прямому, зворотному та часовому напрямках. На рис. 2.9 представлено аналогічні промодельовані залежності СКВ помилок оцінки ЧХ σ'_{MK} , розраховані методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритмів на проміжку з 40 підносійних із загальної кількості в n -му OFDM символі.

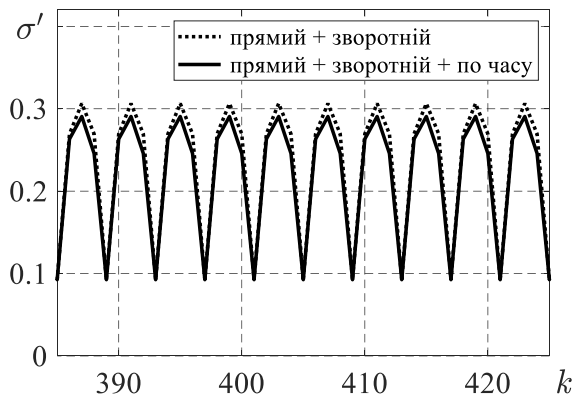


Рис. 2.8

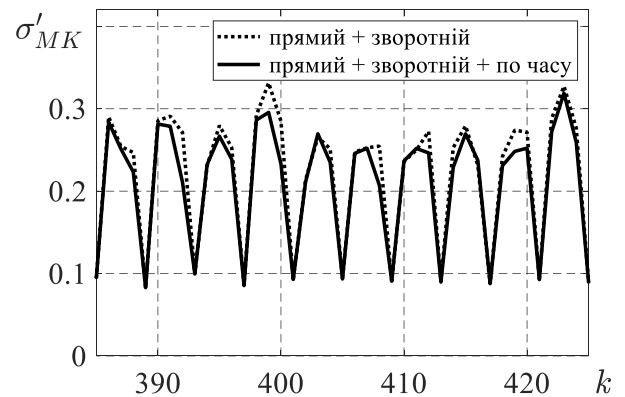


Рис. 2.9

Як видно з рисунків, теоретичні і промодельовані криві СКВ помилок оцінки добре узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Крім того, алгоритм об'єднання результатів в прямому, зворотному та часовому напрямках на другому етапі (2.107) - (2.114) дозволяє зменшити СКВ помилки оцінки до 10% у порівнянні з алгоритмом об'єднання результатів в прямому та зворотному напрямках на другому етапі (2.33) - (2.36).

Для дослідження точнісних характеристик розробленого методу розглянемо випадок, при якому ЧХ каналу моделювалася у вигляді каналу Релея за допомогою функцій системи автоматизованого проектування Matlab. Статистичне моделювання проводилося по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс. Рівень потужності кожного з променів також вибирався випадковим чином. Для кожної реалізації каналу оброблялося 100 OFDM символів. В якості параметрів OFDM сигналу вибрано 1024 підносійних, довжина захисного інтервалу $1/4$, частота дискретизації 1 МГц. На інформаційних підносійних передавалися

рівноймовірні символи із сузір'я QPSK. Пілотні символи, які також містили символи із сузір'я QPSK, розміщалися за схемою пралелограмної решітки (рис. 1.3г).

На рис. 2.10 представлено залежності середнього квадрату помилки (mean square error – MSE) оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані застосуванням алгоритму (2.33) - (2.36) при різних значеннях порядку авторегресійної моделі p . Як видно з результатів моделювання, при збільшенні порядку авторегресійної моделі p до значення 3 досягається стабільність результатів оцінювання і подальше збільшення порядку авторегресійної моделі не дає значного виграшу. Тому в подальших моделюваннях алгоритму (2.33) - (2.36) будемо використовувати порядок авторегресійної моделі p рівний 3.

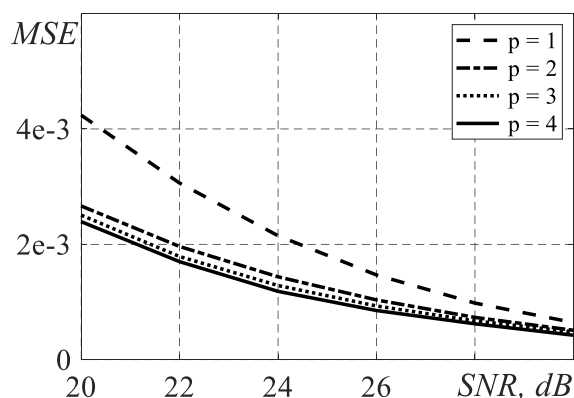


Рис. 2.10

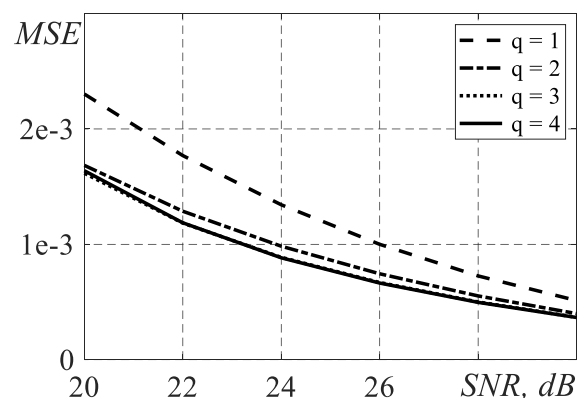


Рис. 2.11

На рис. 2.11 представлено залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані застосуванням алгоритму (2.107) - (2.114) при $p=3$ і різних значеннях порядку авторегресійної моделі q . Як видно з результатів моделювання, збільшення порядку авторегресійної моделі q вище 3 не дає суттєвого виграшу, тому в подальших моделюваннях алгоритму (2.107) - (2.114) будемо використовувати порядок авторегресійної моделі q рівний 3.

На рис. 2.12 представлено залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані шляхом

застосування методів LS, MMSE та розроблених алгоритмів (2.33) - (2.36) і (2.107) - (2.114) при $p = 3$ і $q = 3$.

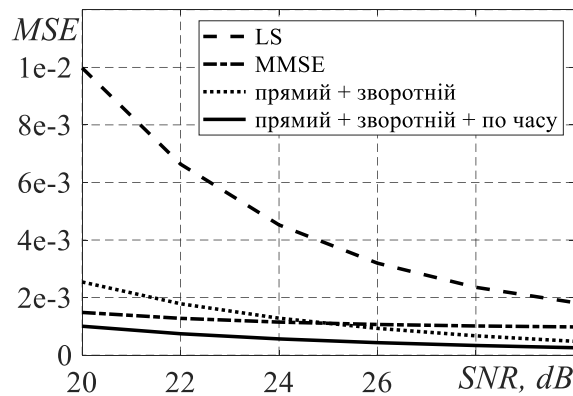


Рис. 2.12

Як видно з графіків, якість оцінювання ЧХ алгоритмом (2.107) - (2.114) до 2 раз краще у порівнянні з результатами оцінок на основі MMSE методу, який також використовує відому статистичну інформацію про канал, але має значно більшу обчислювальну складність. Якість оцінювання ЧХ алгоритмом (2.33) - (2.36) до 2 раз гірше на великих шумах у порівнянні з результатами оцінок на основі методу MMSE і покращується зі збільшенням співвідношення сигнал/шум. На малих шумах якість оцінювання ЧХ алгоритмом (2.33) - (2.36) до 2 раз краще у порівнянні з результатами оцінок на основі методу MMSE.

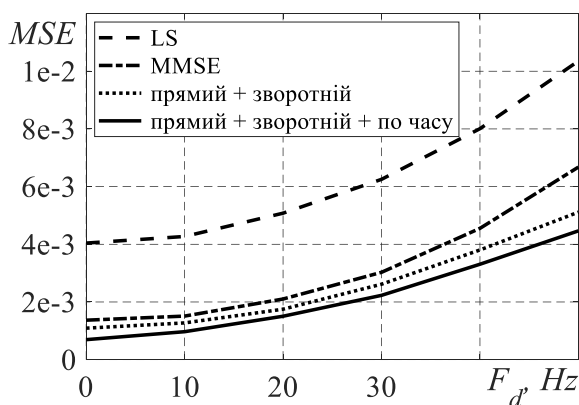


Рис. 2.13

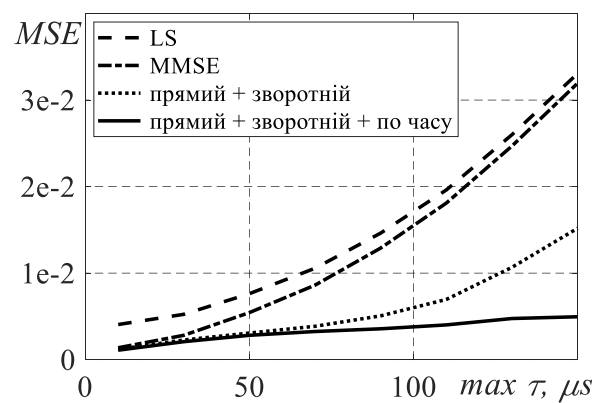


Рис. 2.14

Для апробації результатів роботи розроблених алгоритмів на рис. 2.13 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від значення доплерівського зсуву. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій

каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс. при фіксованому значенні співвідношення сигнал/шум 25 дБ і порядках авторегресійних моделей $p = 3$ і $q = 3$. Для моделювання доплерівського зсуву використовувалась модель Джейкса [73]. Як видно з результатів моделювання, якість оцінювання ЧХ розробленими алгоритмами (2.33) - (2.36) і (2.107) - (2.114) краща до 1.5 раз і до 2 раз відповідно в порівнянні з методом MMSE.

На рис. 2.14 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від довжини каналу. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій каналу при фіксованих значеннях співвідношення сигнал/шум 25 дБ та доплерівського зсуву в 10 Гц. Як видно з результатів моделювання, зі збільшенням довжини каналу якість роботи методу MMSE погіршується. Розроблені алгоритми оцінювання (2.33) - (2.36) і (2.107) - (2.114) значно менше чутливі до збільшення довжини каналу. При цьому розроблений алгоритм оцінювання (2.107) - (2.114), який використовує оцінки з попередніх OFDM символів, оскільки відсутній доплерівський зсув і ЧХ каналу не змінюється в часі, показує значно кращий результат за розроблений алгоритм (2.33) - (2.36) двоетапного оцінювання по поточному прийнятому OFDM символу.

Висновки по другому розділу

1. Розроблений двоетапний метод оцінювання ЧХ каналу по поточному символу, в якому на першому етапі з двох сторін вектору спостережень виконується фільтрація значень ЧХ каналу на пілотних підносійних і екстраполяція значень на інформаційні підносійні. На другому етапі виконується об'єднання отриманих оцінок, що дозволяє врахувати всі спостереження пілотів в одному символі OFDM та підвищити ефективність

обробки в порівнянні з одновимірними методами при незначному збільшенні обчислювальних витрат.

2. Розроблені квазіоптимальні алгоритми в прямому (2.25) - (2.28) та в зворотному (2.29) - (2.32) напрямках по вектору спостережень використовуються на першому етапі для розрахунку апостеріорних і екстрапольованих оцінок ЧХ каналу. Для позицій ЧХ каналу з пілотними підносійними розраховуються апостеріорні оцінки. В якості оцінок ЧХ каналу в позиціях інформаційних підносійних, на відміну від відомих методів, які використовують інтерполяцію, запропоновані алгоритми використовують екстрапольовані оцінки, які розраховуються з використанням авторегресійної моделі.

3. На другому етапі використовується розроблений алгоритм об'єднання результатів фільтрації і екстраполяції в поточній точці (2.33) - (2.36), які були отримані на першому етапі в прямому та зворотному напрямках. Результатом виконання алгоритму являються відфільтровані значення ЧХ на позиціях пілотних сигналів та інтерпольовані значення ЧХ на позиціях інформаційних сигналів.

4. Як впливає з результатів статистичного моделювання, теоретичні та промодельовані СКВ помилки, розраховані за допомогою виразів (2.25) - (2.28) і (2.29) - (2.32), узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Після етапу об'єднання, за допомогою формул (2.33) - (2.36), СКВ помилки зменшується до 50%.

5. Розроблений двоетапний метод оцінювання ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх символів на першому етапі виконує фільтрацію і екстраполяцію, як по поточному символу з двох сторін вектора спостережень, так і для кожної із підносійних в часовому напрямку, використовуючи оцінки із попередніх символів. Для фільтрації і екстраполяції оцінок ЧХ каналу в часовому напрямку розроблений алгоритм (2.103) - (2.106). На другому етапі за допомогою алгоритму (2.107) - (2.114)

для кожної із підносійних відбувається об'єднання апостеріорних і екстрапольованих оцінок з трьох сторін, отриманих на першому етапі.

6. Як впливає з результатів моделювання, теоретичні та промодельовані СКВ помилки, розраховані застосуванням алгоритму (2.107) - (2.114), добре узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритму. Крім того, алгоритм (2.107) - (2.114) дозволяє зменшити СКВ помилки оцінювання до 10% у порівнянні з алгоритмом (2.33) - (2.36) для даного модельного прикладу.

7. Результати моделювання показують, що розроблені методи двоетапного оцінювання ЧХ каналу по поточному символу та з використанням оцінок із попередніх символів дають можливість підвищити точність оцінювання в залежності від доплерівського зсуву частоти до 2-ох раз, і в залежності від довжини каналу до 4-ох раз при заданих параметрах моделювання.

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА ДВОЕТАПНОГО МЕТОДУ СУМІСНОГО ОЦІНЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИМВОЛІВ І ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ

Equation Section 3

3.1 Постановка задачі

Низькочастотна модель прийнятого n -го OFDM символу в частотній області з урахуванням спотворень, викликаних багатопроменевим поширенням сигналу, може бути представлена наступним виразом [24, 25]

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{S}(n) \cdot \mathbf{H}(n) + \mathbf{V}(n), \quad (3.1)$$

де $\mathbf{Y}(n) = [y(0, n), y(1, n), \dots, y(N-1, n)]^T$ - вектор вимірювань в частотній області; $\mathbf{S}(n) = \text{diag}(s(0, n), s(1, n), \dots, s(N-1, n))$ - діагональна матриця з переданими символами; $\mathbf{H}(n) = [H(0, n), H(1, n), \dots, H(N-1, n)]^T$ - вектор ЧХ каналу; $\mathbf{V}(n) = [v(0, n), v(1, n), \dots, v(N-1, n)]^T$ - вектор білого шуму з нульовим математичним очікуванням і дисперсією кожного елемента σ_v^2 ; N - кількість підносійних.

Переданий символ $s(k, n)$, $k = \overline{0, N-1}$, $n = \overline{0, \infty}$ може бути інформаційним або пілотним. Пілотні символи $s^r(k, n)$, $r = \overline{1, Q}$ являються відомими детермінованими величинами, які мають координати на діагоналі матриці $\mathbf{S}(n)$ із множини Ω_p . При цьому Q позначає розмір алфавіту пілотних символів. Інформаційні символи $s^j(k, n)$ являються носіями переданої інформації. Вони представляються у вигляді незалежних дискретних випадкових величин, які рівноймовірно приймають одне із L значень заданого алфавіту з ймовірністю $p_j = 1/L$, $j = \overline{1, L}$.

Необхідно сумісно оцінити інформаційні символи із матриці $\mathbf{S}(n)$ і значення ЧХ каналу $\mathbf{H}(n)$ по доступних вимірюваннях $\mathbf{Y}(n)$, відомому

де $\mathbf{x}_f(k) = [H(k), H(k-1), \dots, H(k-p+1)]^T$ - вектор стовпчик, розміром $p \times 1$, який містить значення ЧХ; $\boldsymbol{\omega}(k) = [\omega(k), 0, \dots, 0]^T$ - вектор стовпчик, розміром $p \times 1$, з кореляційною матрицею \mathbf{Q}_ω ; \mathbf{F} - матриця еволюції системи.

$$\mathbf{Q}_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_\omega^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_p \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Параметри матриць \mathbf{F} і \mathbf{Q}_ω визначаються на основі відомої кореляційної матриці каналу \mathbf{R} за допомогою рівнянь Юла-Уокера [34, 35, 36].

Математична модель процесу вимірювання при надходженні інформаційного символу може бути отримана з використання (3.1), (3.2) і описується виразом

$$y(k) = \mathbf{S}^j(k) \cdot \mathbf{x}_f(k) + v(k) \quad (3.3)$$

де $\mathbf{S}^j(k) = [s^j(k), 0, \dots, 0]$ - вектор рядок з інформаційним символом $s^j(k)$ на позиції першого елемента; $v(k)$ - некорельована послідовність гаусівських величин з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_v^2 .

Математична модель процесу вимірювання при надходженні пілотного символу описується наступним виразом

$$y(k) = \mathbf{S}^r(k) \cdot \mathbf{x}_f(k) + v(k) \quad (3.4)$$

де $\mathbf{S}^r(k) = [s^r(k), 0, \dots, 0]$ - вектор рядок з пілотним символом $s^r(k)$ на позиції першого елемента;

Спочатку виконаємо синтез для випадку надходження інформаційних символів. Розширений процес, який включає в себе неперервний компонент $\mathbf{x}_f(k)$ і дискретний компонент $s^j(k)$, являється змішаним марківським процесом в дискретному часі. Згідно методики, наведеної в [74], можна

показати, що апостеріорна ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k), s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ розширеного процесу розраховується рекурентно на основі рівняння

$$P(\mathbf{x}_f(k), s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) = P(y(k) | \mathbf{x}_f(k), s^j(k)) \cdot p_j \times \sum_{i=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{x}_f(k-1)) \cdot P(\mathbf{x}_f(k-1), s^i(k-1) | \mathbf{Y}_f) d\mathbf{x}_f(k-1) \times \frac{P(y(k) | \mathbf{Y}(k-1))}{P(y(k) | \mathbf{Y}(k-1))}, \quad (3.5)$$

де $P(y(k) | \mathbf{x}_f(k), s^j(k))$ - однокрокова функція правдоподібності, яка знаходиться на основі рівняння (3.3); $\Pi(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{x}_f(k-1))$ - умовна ЩЙ, яка знаходиться на основі рівняння (3.2); $P(y(k) | \mathbf{Y}_f)$ - умовна ЩЙ, яка виконує роль нормуючого множника; \mathbf{Y}_f - послідовність вимірювань $y(1), \dots, y(k-1)$.

Рівняння (3.5) описує алгоритм нелінійного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу. Застосувавши теорему множення ймовірностей рівняння (3.5) можна представити у вигляді [74]

$$P(s^j(k) | \mathbf{Y}_f) = p_j \quad (3.6)$$

$$P(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{Y}_f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{x}_f(k-1)) \cdot P(\mathbf{x}_f(k-1) | \mathbf{Y}_f) d\mathbf{x}_f(k-1); \quad (3.7)$$

$$P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f) = \frac{P(y(k) | \mathbf{x}_f(k), s^j(k)) \cdot P(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{Y}_f)}{P(y(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f)} \quad (3.8)$$

$$P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) = \frac{P(y(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f) P(s^j(k) | \mathbf{Y}_f)}{P(y(k) | \mathbf{Y}_f)}; \quad (3.9)$$

$$P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) \cdot P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f) \quad (3.10)$$

де $P(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{Y}_f)$ - екстрапольована ЩЙ вектора $\mathbf{x}_f(k)$; $P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$ - умовна апостеріорна ЩЙ вектора $\mathbf{x}_f(k)$ при умові $s^j(k)$; $P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ - апостеріорна ЩЙ вектора $\mathbf{x}_f(k)$, розрахована на k -му кроці; $P(s^j(k) | \mathbf{Y}_f)$, $P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ - екстрапольована і апостеріорна

ймовірності дискретного компонента; $P(y(k)|s^j(k), \mathbf{Y}_f)$ - умовна ЩЙ, яка визначається за формулою

$$P(y(k)|s^j(k), \mathbf{Y}_f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(y(k)|\mathbf{x}_f(k), s^j(k), \mathbf{Y}_f) \times \\ \times P(\mathbf{x}_f(k)|s^j(k), \mathbf{Y}_f) d\mathbf{x}_f(k);$$

$P(y(k)|\mathbf{Y}_f)$ визначається за формулою

$$P(y(k)|\mathbf{Y}_f) = \sum_{j=1}^L P(y(k)|s^j(k), \mathbf{Y}_f) P(s^j(k)|\mathbf{Y}_f)$$

За допомогою рівнянь (3.7), (3.8), (3.10) розраховується апостеріорна ЩЙ ЧХ каналу, а за допомогою рівнянь (3.6), (3.9) – апостеріорні ймовірності інформаційних символів. Особливість алгоритму полягає у нерозривному зв'язку рівнянь оцінювання апостеріорних розподілів інформаційних символів і ЧХ каналу.

У випадку надходження пілотних символів $s^r(k)$ на підносійній $k \in \Omega_p$ апостеріорні ймовірності $P(s^r(k)|y(k), \mathbf{Y}_f)$ не розраховуються, а апостеріорна ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k)|y(k), \mathbf{Y}_f)$ вектора $\mathbf{x}_f(k)$ розраховується за формулою

$$P(\mathbf{x}_f(k)|y(k), \mathbf{Y}_f) = \frac{P(y(k)|\mathbf{x}_f(k)) \cdot P(\mathbf{x}_f(k)|\mathbf{Y}_f)}{P(y(k)|\mathbf{Y}_f)} \quad (3.11)$$

де $P(y(k)|\mathbf{x}_f(k))$ - однокрокова функція правдоподібності, яка знаходиться на основі рівняння (3.4).

Оптимальний пристрій, який реалізовує алгоритм (3.6) - (3.10), являється багатоканальним з кількістю каналів рівною L . Кожен канал узгоджений з відповідним значенням символу $s^j(k)$, $j = \overline{1, L}$. При цьому апостеріорна ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k)|y(k), \mathbf{Y}_f)$ вектора $\mathbf{x}_f(k)$ визначається шляхом усереднення умовних апостеріорних щільностей ймовірності $P(\mathbf{x}_f(k)|s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$ із

застосуванням апостеріорних ймовірностей $P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$, які визначаються в кожному каналі оптимального пристрою.

Алгоритм сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в зворотному напрямку з розрахунком розподілів $P(\mathbf{x}_b(k) | \mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{x}_b(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$, $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b, y(k))$ має аналогічний вигляд.

Найбільш повне рішення задачі об'єднання результатів оцінювання полягає у розрахунку сумісних апостеріорних щільностей ймовірності $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y})$ для кожного кроку $k = \overline{0, N-1}$. Для синтезу алгоритму об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в прямому і зворотному напрямках запишемо сумісний апріорний розподіл

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) = p(H(k), s^j(k)) P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b | H(k), s^j(k)), \quad (3.12)$$

де \mathbf{H}_f - вектор, який містить елементи ЧХ $H(0), H(1), \dots, H(k-1)$; \mathbf{H}_b - вектор, який містить елементи ЧХ $H(k+1), H(k+2), \dots, H(N-1)$; \mathbf{S}_f - вектор, який містить значення символів $s^{j_0}(0), s^{j_1}(1), \dots, s^{j_{k-1}}(k-1)$; \mathbf{S}_b - вектор, який містить значення символів $s^{j_{k+1}}(k+1), s^{j_{k+2}}(k+2), \dots, s^{j_{N-1}}(N-1)$; $p(H(k), s^j(k))$ - сумісний розподіл; $P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b | H(k), s^j(k))$ - умовна сумісна ЩЙ розширеного процесу.

Будемо вважати, що для змішаного процесу (\mathbf{H}, \mathbf{S}) виконується властивість умовної незалежності ймовірнісних характеристик, яка полягає в тому, що значення $(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f)$ до k -ї підносійної і $(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b)$ після k -ї підносійної, при умові, що значення $(H(k), s^j(k))$ точно відомі, являються незалежними [75, 76].

$$P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b | H, s^j) = P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f | H(k), s^j(k)) \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | H(k), s^j(k)) \quad (3.13)$$

Властивість умовної незалежності дозволяє розглядати значення розширеного процесу зліва направо і справа наліво незалежно, якщо відоме значення $(H(k), s^j(k))$, що знаходиться в точці їх зустрічі. Існування даної властивості дозволяє проводити незалежну одновимірну обробку вектора вимірювань веред і назад по вектору спостережень.

Враховуючи (3.13) запишемо вираз (3.12) у наступному вигляді

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) = p(H(k), s^j(k)) P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f | H(k), s^j(k)) \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | H(k), s^j(k)). \quad (3.14)$$

Застосуємо теорему множення ймовірностей і перепишемо вираз (3.14) наступним чином

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) = \frac{P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f, H(k), s^j(k)) P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b, H(k), s^j(k))}{p(H(k), s^j(k))} \quad (3.15)$$

Функція правдоподібності спостережень має наступний вигляд

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{H}) = P(\mathbf{Y}_f, y(k) | \mathbf{H}_f, H(k)) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b). \quad (3.16)$$

На основі теореми множення ймовірностей сумісний розподіл $P(\mathbf{H}, \mathbf{S}, \mathbf{Y})$ можна представити в наступному вигляді [75]

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S}, \mathbf{Y}) = P(\mathbf{H}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}) P(\mathbf{Y}) = P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) P(\mathbf{Y} | \mathbf{H}). \quad (3.17)$$

Враховуючи (3.15) і (3.16) добуток $P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) P(\mathbf{Y} | \mathbf{H})$ з виразу (3.17) можна переписати у вигляді

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S}) P(\mathbf{Y} | \mathbf{H}) = \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k), \mathbf{S}_f, s^j(k)) P(\mathbf{H}_b, H(k), \mathbf{S}_b, s^j(k))}{p(H(k), s^j(k))} \times \\ \times P(\mathbf{Y}_f, y(k) | \mathbf{H}_f, H(k)) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b). \quad (3.18)$$

Застосуємо теорему множення ймовірностей і перепишемо вираз (3.18)

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S} | \mathbf{Y})P(\mathbf{Y}) = \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k), \mathbf{S}_f, s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{Y}_f, y(k))}{p(H(k), s^j(k))} \times \quad (3.19)$$

$$\times p(H(k), s^j(k) | \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b)P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | \mathbf{Y}_b)P(\mathbf{Y}_b).$$

Поділивши ліву і праву частину виразу (3.19) на $P(\mathbf{Y})$ отримаємо вираз для апостеріорної сумісної ЩЙ $P(\mathbf{H}, \mathbf{S} | \mathbf{Y})$

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}) = \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k), \mathbf{S}_f, s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{Y}_f, y(k))}{p(H(k), s^j(k))P(\mathbf{Y})} \times \quad (3.20)$$

$$\times p(H(k), s^j(k) | \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b)P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | \mathbf{Y}_b)P(\mathbf{Y}_b).$$

Для знаходження апостеріорної сумісної ЩЙ $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y})$ значення ЧХ $H(k)$ і значення символу $s^j(k)$ необхідно виконати інтегрування виразу (3.20) по \mathbf{H}_f і \mathbf{H}_b та сумування по \mathbf{S}_f і \mathbf{S}_b . В результаті інтегрування і сумування отримаємо

$$p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}) = \frac{p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))}{p(H(k), s^j(k))} \times \quad (3.21)$$

$$\times p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_b) \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k))P(\mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y})}.$$

Вираз (3.21) описує структуру алгоритму двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу по поточному прийнятому OFDM символу. На першому етапі розраховуються апостеріорна $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))$ і екстрапольована $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_b)$ сумісні щільності ймовірностей. На другому етапі виконується розрахунок апостеріорної сумісної ЩЙ $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y})$ шляхом об'єднання $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))$, $p(H(k), s^j(k) | \mathbf{Y}_b)$ і апіорної сумісної ЩЙ

$p(H(k), s^j(k))$. Щільності ймовірностей $P(\mathbf{Y}_f, y(k))$, $P(\mathbf{Y}_b)$ і $P(\mathbf{Y})$ являють собою нормуючі множники після надходження відповідних спостережень.

3.3 Розробка квазіоптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу по поточному прийнятому OFDM символу

Недоліком оптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу являється необхідність інтегрування багатовимірних щільностей ймовірності, що вимагає значних обчислювальних затрат і затрудняє практичну реалізацію алгоритму. Квазіоптимальний алгоритм адаптивної фільтрації може бути отриманий шляхом гаусівської апроксимації апостеріорної ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ [61, 74]. При цьому екстрапольована ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k) | \mathbf{Y}_f)$ також являється гаусівською, а її математичне очікування $\mathbf{x}_f^*(k)$ і кореляційна матриця $\mathbf{P}_f^*(k)$ розраховуються за формулами [74]:

$$\mathbf{x}_f^*(k) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}_f(k-1) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{P}_f^*(k) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{P}}_f(k-1) \cdot \mathbf{F}^H + \mathbf{Q}_\omega \quad (3.23)$$

де $\hat{\mathbf{x}}_f(k-1)$, $\hat{\mathbf{P}}_f(k-1)$ - математичне очікування і кореляційна матриця апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_f(k-1) | \mathbf{Y}_f)$.

Визначення умовної апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$ на основі виразу (3.8) зводиться до розрахунку її математичного очікування $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$ і кореляційної матриці $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$ за наступними формулами:

$$\mathbf{K}_f^j(k) = \mathbf{P}_f^*(k) \cdot \mathbf{S}^j(k)^H / D_f^j(k) \quad (3.24)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_f^j(k) = \mathbf{x}_f^*(k) + \mathbf{K}_f^j(k) \cdot (y(k) - \mathbf{S}^j(k) \cdot \mathbf{x}_f^*(k)) \quad (3.25)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_f^j(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^j(k) \cdot \mathbf{S}^j(k)) \cdot \mathbf{P}_f^*(k) \quad (3.26)$$

де $D_f^j(k)$ - дисперсія невязки, яка визначається за формулою

$$D_f^j(k) = \mathbf{S}^j(k) \cdot \mathbf{P}_f^*(k) \cdot \mathbf{S}^j(k)^H + \sigma_v^2$$

Апостеріорні ймовірності $P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ дискретного компоненту розраховуються також за формулою (3.9), в якій умовна ЩЙ $P(y(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f)$ має вигляд

$$P(y(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_f^j(k)}} \times \exp\left(-\frac{(y(k) - \mathbf{S}^j(k) \cdot \mathbf{x}_f^*(k))(y(k) - \mathbf{S}^j(k) \cdot \mathbf{x}_f^*(k))^H}{D_f^j(k)}\right) \quad (3.27)$$

Математичне очікування $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$ і кореляційна матриця $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$ апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ розраховуються за формулами

$$\hat{\mathbf{x}}_f(k) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) \cdot \hat{\mathbf{x}}_f^j(k) \quad (3.28)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_f(k) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k) | y(k), \mathbf{Y}_f) \times \left(\hat{\mathbf{P}}_f^j(k) + \left(\hat{\mathbf{x}}_f^j(k) - \bar{\mathbf{x}}_f(k) \right) \cdot \left(\hat{\mathbf{x}}_f^j(k) - \bar{\mathbf{x}}_f(k) \right)^H \right) \quad (3.29)$$

У випадку обробки вимірювань на пілотних підносійних $k \in \Omega_p$, уточнюється лише значення ЧХ каналу. При цьому математичне очікування $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$ і кореляційна матриця $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$ апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_f(k) | y(k), \mathbf{Y}_f)$ визначаються за наступними формулами:

$$\mathbf{x}_f^*(k) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}_f(k-1) \quad (3.30)$$

$$\mathbf{P}_f^*(k) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{P}}_f(k-1) \cdot \mathbf{F}^H + \mathbf{Q}_\omega \quad (3.31)$$

$$\mathbf{K}_f(k) = \mathbf{P}_f^*(k) \cdot \mathbf{S}^r(k)^H / D_f(k) \quad (3.32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_f(k) = \mathbf{x}_f^*(k) + \mathbf{K}_f(k) \cdot (y(k) - \mathbf{S}^r(k) \cdot \mathbf{x}_f^*(k)) \quad (3.33)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_f(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_f^j(k) \cdot \mathbf{S}^r(k)) \cdot \mathbf{P}_f^*(k) \quad (3.34)$$

де $D_f(k)$ - дисперсія невязки, яка визначається за формулою

$$D_f(k) = \mathbf{S}^r(k) \cdot \mathbf{P}_f^*(k) \cdot \mathbf{S}^r(k)^H + \sigma_v^2$$

Рівняння (3.30) – (3.34) описують алгоритм калманівської фільтрації. Отримані моменти $\hat{\mathbf{x}}_f(k)$, $\hat{\mathbf{P}}_f(k)$ являються початковими умовами для наступного такту алгоритму сумісної фільтрації при надходженні інформаційного символу в прямому напрямку.

Розрахунок математичного очікування $\hat{\mathbf{x}}_b(k)$ і дисперсії $\hat{\mathbf{x}}_b(k)$ апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_b(k) | y(k), \mathbf{Y}_b)$, математичного очікування $\mathbf{x}_b^*(k)$ і дисперсії $\mathbf{P}_b^*(k)$ екстрапольованої щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_b(k) | \mathbf{Y}_b)$, а також апостеріорні ймовірності $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b, y(k))$ в зворотному напрямку виконується аналогічно.

Застосувавши теорему множення ймовірностей перепишемо вираз (3.21) в наступному вигляді

$$\begin{aligned} p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}) p(s^j(k) | \mathbf{Y}) &= \frac{p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k))}{p(H(k) | s^j(k))} \times \\ &\times p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b) \frac{p(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k)) p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b)}{p(s^j(k))} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k)) P(\mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y})}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Для синтезу квазіоптимального алгоритму об'єднання результатів використаємо метод гаусівської апроксимації умовних апостеріорних

розподілів [61, 75]. При цьому щільності ймовірностей $p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k))$, $p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b)$ і $p(H(k) | s^j(k))$ є гаусівськими:

$$p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k)) = N(\hat{H}_f^j, (\hat{\sigma}_f^j)^2),$$

$$p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b) = N(H_b^*, \sigma_b^{*2}),$$

$$p(H(k) | s^j(k)) = N(\bar{H}, \bar{\sigma}^2).$$

З урахуванням даних викладок розглянемо окремо множник з виразу (3.35)

$$\frac{p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k)) p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b)}{p(H(k) | s^j(k))}. \quad (3.36)$$

З урахуванням того, що щільності ймовірностей, які входять у вираз (3.36), являються гаусівськими, перепишемо його наступним чином

$$\frac{\frac{1}{2\pi\hat{\sigma}_f} \exp\left(\frac{(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2}\right) \times \frac{1}{2\pi\sigma_b^*} \exp\left(\frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)}. \quad (3.37)$$

Випишемо показники експоненти

$$\frac{(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2} + \frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}} - \frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}. \quad (3.38)$$

Перепишемо вираз (3.38) у наступному вигляді

$$\begin{aligned} & (H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H (\hat{\sigma}_f^j)^{-2} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} - \\ & - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Розглянемо більш детально перші два доданки

$$(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H (\hat{\sigma}_f^j)^{-2} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H (\sigma_b^{*2})^{-1}. \quad (3.40)$$

В другому доданку виразу (3.40) додаймо і віднімемо \hat{H}_f

$$\begin{aligned}
 & \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \left(H - H_b^* \right) \left(H - H_b^* \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} = \\
 & = \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \\
 & + \left(H - H_b^* + \hat{H}_f^j - \hat{H}_f^j \right) \left(H - H_b^* + \hat{H}_f^j - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Відповідно до методики, наведеної в [64], виконаємо наступні перетворення

$$\begin{aligned}
 & \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \\
 & + \left(H - H_b^* + \hat{H}_f^j - \hat{H}_f^j \right) \left(H - H_b^* + \hat{H}_f^j - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} = \\
 & = \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \\
 & + \left(\left(H - \hat{H}_f^j \right) - \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \right) \left(\left(H - \hat{H}_f^j \right) - \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} = \\
 & = \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} - \\
 & - \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} - \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} + \\
 & + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} = \\
 & = \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H A_j^{-1} - \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} - \\
 & - \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

В отриманому виразі $A_j^{-1} = \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1}$. З урахуванням певних перетворень вираз прийме вигляд

$$A_j = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}} \tag{3.43}$$

Помножимо другий і третій доданки у виразі (3.42) на $A_j^{-1} A_j$

$$\begin{aligned}
& (H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H A_j^{-1} - (H - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \hat{H}_f^j)^H (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H A_j^{-1} - (H - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j - \\
& - (H - \hat{H}_f^j)^H (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

В отриманому виразі доповнимо перші три доданки до повного квадрату і перепишемо його наступним чином

$$\begin{aligned}
& (H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H A_j^{-1} - (H - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j - \\
& - (H - \hat{H}_f^j)^H (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j + \\
& + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H A_j^{-1} - (H - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j - \\
& - (H - \hat{H}_f^j)^H (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j^{-1} A_j + \\
& + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-2} A_j^{-1} A_j^2 - \\
& - (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-2} A_j^{-1} A_j^2 + \\
& + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} = \\
& = A_j^{-1} \left((H - \hat{H}_f^j) - (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j \right) \times \\
& \times \left((H - \hat{H}_f^j) - (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j \right)^H - \\
& - (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-2} A_j^{-1} A_j^2 + \\
& + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H (\sigma_b^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H B_j^{-1},
\end{aligned} \tag{3.45}$$

де

$$\tilde{H}^j = \hat{H}_f^j + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(\sigma_b^{*2})^{-1} A_j, \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned}
B_j^{-1} &= (\sigma_b^{*2})^{-1} - (\sigma_b^{*2})^{-2} A_j = \\
&= (\sigma_b^{*2})^{-1} - (\sigma_b^{*2})^{-2} \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 + (\sigma_b^{*2})^{-1} \right)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Після виконання перетворень можна показати, що

$$B_j = (\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2} \tag{3.48}$$

Підставивши (3.47) в (3.39) отримаємо

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H B_j^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Як видно з виразу (3.49), другий доданок не залежить від H і являється константою. Враховуючи всі вищевказані позначення запишемо цю константу у вигляді

$$C_{1j} = \exp \left(- \frac{(H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}} \right). \tag{3.50}$$

Так як другий доданок є константою, в подальших викладках не потребується його перетворення. Розглянемо більш детально перший і третій доданки виразу (3.49)

$$(H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}. \tag{3.51}$$

Внесемо мінус перед другим доданком в дужки

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.52}$$

В другому доданку виразу (3.52) додаймо і віднімемо \tilde{H}^j

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + \\
& + (H - \bar{H} + \tilde{H}^j - \tilde{H}^j)(H - \bar{H} + \tilde{H}^j - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Виконаємо наступні перетворення

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + \\
& + (H - \bar{H} + \tilde{H}^j - \tilde{H}^j)(H - \bar{H} + \tilde{H}^j - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + \left((H - \tilde{H}^j) - (\bar{H} - \tilde{H}^j) \right) \times \\
& \times \left((H - \tilde{H}^j) - (\bar{H} - \tilde{H}^j) \right)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} - \\
& - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} - \\
& - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.54}$$

В отриманому виразі $D_j^{-1} = A_j^{-1} + (-\bar{\sigma}^2)^{-1}$. З урахуванням певних перетворень вираз прийме вигляд

$$D_j = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{A_j - \bar{\sigma}^2} \tag{3.55}$$

Помножимо другий і третій доданки виразу (3.54) на $D_j^{-1} D_j$

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} - \\
& - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j - \\
& - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.56}$$

В отриманому виразі доповнимо перші три доданки до повного квадрату і перепишемо його наступним чином

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j - \\
& - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} - (H - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j - \\
& - (H - \tilde{H}^j)^H (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j^{-1} D_j + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-2} D_j^{-1} D_j^2 - \\
& - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-2} D_j^{-1} D_j^2 + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = D_j^{-1} \left((H - \tilde{H}^j) - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j \right) \times \\
& \times \left((H - \tilde{H}^j) - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(-\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j \right)^H - \\
& - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-2} D_j^{-1} D_j^2 + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H D_j^{-1} + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H E_j^{-1},
\end{aligned} \tag{3.57}$$

де

$$\tilde{H}^j = \tilde{H}^j - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j, \tag{3.58}$$

$$E_j^{-1} = \left(-\bar{\sigma}^2\right)^{-1} - \left(-\bar{\sigma}^2\right)^{-2} D_j. \quad (3.59)$$

З урахуванням (3.55) вираз (3.59) матиме вигляд

$$E_j = A_j - \bar{\sigma}^2. \quad (3.60)$$

Як видно з виразу (3.57), доданок $\left(\bar{H} - \tilde{H}^j\right)\left(\bar{H} - \tilde{H}^j\right)^H E_j^{-1}$ не залежить від H і являється константою. Введемо позначення $(\tilde{\sigma}^j)^2 = A_j$ і запишемо цю константу у експоненціальному вигляді

$$C_{2j} = \exp\left(-\frac{\left(\bar{H} - \tilde{H}^j\right)\left(\bar{H} - \tilde{H}^j\right)^H}{(\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2}\right). \quad (3.61)$$

Введемо позначення $(\check{\sigma}^j)^2 = D_j$ і запишемо $\left(H - \check{H}^j\right)\left(H - \check{H}^j\right)^H D_j^{-1}$ в експоненціальній формі

$$\exp\left(-\frac{\left(H - \check{H}^j\right)\left(H - \check{H}^j\right)^H}{(\check{\sigma}^j)^2}\right). \quad (3.62)$$

Враховуючи перетворення (3.38) - (3.62) вираз (3.37) може бути представлений у наступному вигляді

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi\hat{\sigma}_f^j} \exp\left(-\frac{(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2}\right) \times \\
& \frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(-\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right) \times \\
& \times \frac{1}{2\pi\sigma_b^*} \exp\left(-\frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}}\right) = \\
& = \frac{1}{2\pi} \frac{\bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} \exp\left(-\frac{(H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}}\right) \times \\
& \times \exp\left(-\frac{(\bar{H} - \check{H}^j)(\bar{H} - \check{H}^j)^H}{(\check{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2}\right) \times \\
& \times \exp\left(-\frac{(H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H}{(\check{\sigma}^j)^2}\right). \tag{3.63}
\end{aligned}$$

Враховуючи вирази (3.50), (3.61), (3.62) вираз (3.36) можна представити

як

$$\begin{aligned}
& \frac{p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k)) p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b)}{p(H(k) | s^j(k))} = \\
& = \frac{1}{2\pi} \frac{\bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} C_{1j} C_{2j} \exp\left(-\frac{(H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H}{(\check{\sigma}^j)^2}\right). \tag{3.64}
\end{aligned}$$

Помножимо і розділимо праву частину на $\check{\sigma}^j$

$$\begin{aligned}
& \frac{p\left(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_f, y(k)\right) p\left(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b\right)}{p\left(H(k) | s^j(k)\right)} = \\
& = \frac{1}{2\pi\tilde{\sigma}^j} \frac{\tilde{\sigma}^j \bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} C_{1j} C_{2j} \exp\left(-\frac{\left(H - \check{H}^j\right)\left(H - \check{H}^j\right)^H}{(\tilde{\sigma}^j)^2}\right).
\end{aligned} \tag{3.65}$$

Підставивши вираз (3.65) у вираз (3.35) отримаємо

$$\begin{aligned}
& p\left(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}\right) p\left(s^j(k) | \mathbf{Y}\right) = \frac{\tilde{\sigma}^j \bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} C_{1j} C_{2j} \times \\
& \times \frac{1}{2\pi\tilde{\sigma}^j} \exp\left(-\frac{\left(H - \check{H}^j\right)\left(H - \check{H}^j\right)^H}{(\tilde{\sigma}^j)^2}\right) \frac{p\left(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k)\right) p\left(s^j(k) | \mathbf{Y}_b\right)}{p\left(s^j(k)\right)} \times \\
& \times \frac{P\left(\mathbf{Y}_f, y(k)\right) P\left(\mathbf{Y}_b\right)}{P\left(\mathbf{Y}\right)}.
\end{aligned} \tag{3.66}$$

З виразу (3.66) можна сказати, що ЩЙ $p\left(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}\right)$ являється гаусівською і має вигляд

$$p\left(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}\right) = \frac{1}{2\pi\tilde{\sigma}^j} \exp\left(-\frac{\left(H - \check{H}^j\right)\left(H - \check{H}^j\right)^H}{(\tilde{\sigma}^j)^2}\right). \tag{3.67}$$

де \check{H}^j і $(\tilde{\sigma}^j)^2$ розраховуються з набору формул

$$(\tilde{\sigma}^j)^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}}; \tag{3.68}$$

$$\check{H}^j = \hat{H}_f^j + \frac{(\tilde{\sigma}^j)^2}{\sigma_b^{*2}} \left(H_b^* - \hat{H}_f^j\right); \tag{3.69}$$

$$(\tilde{\sigma}^j)^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{(\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2}, \tag{3.70}$$

$$\check{H}^j = \tilde{H}^j - \frac{(\tilde{\sigma}^j)^2}{\bar{\sigma}^2} \left(\bar{H} - \tilde{H}^j\right); \tag{3.71}$$

Виходячи з виразу (3.66) можна сказати, що апостеріорна ймовірність інформаційного символу $p(s^j(k) | \mathbf{Y})$ визначається за формулою

$$p(s^j(k) | \mathbf{Y}) = \frac{\bar{\sigma}^j \bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} C_{1j} C_{2j} \frac{p(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k)) p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b)}{p(s^j(k))} \times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k)) P(\mathbf{Y}_b)}{P(\mathbf{Y})} \quad (3.72)$$

Щільності ймовірностей $P(\mathbf{Y}_f, y(k))$, $P(\mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{Y})$ виконують роль нормуючих множників. Враховуючи це, для спрощення розрахунків достатньо визначити ненормовану міру:

$$\tilde{W}'_j = \frac{\bar{\sigma}^j \bar{\sigma}}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^*} C_{1j} C_{2j} \frac{p(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k)) p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b)}{p(s^j(k))} \quad (3.73)$$

На основі ненормованої міри може бути визначена оцінка інформаційного символу за критерієм максимуму апостеріорної ймовірності. При необхідності визначення точних значень апостеріорних ймовірностей $p(s^j(k) | \mathbf{Y})$ виконується нормування апостеріорної міри за формулою

$$p(s^j(k) | \mathbf{Y}) = \frac{\tilde{W}'_j}{\sum_{j=1}^L \tilde{W}'_j}. \quad (3.74)$$

Таким чином квазіоптимальний алгоритм об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в прямому та зворотному напрямках полягає у розрахунку параметрів умовної апостеріорної щільності ймовірностей $p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y})$ по формулах (3.68) – (3.71), а також апостеріорних ймовірностей $p(s^j(k) | \mathbf{Y})$ інформаційних символів по формулах (3.73), (3.74).

3.4 Розробка оптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Двоетапність даного методу полягає у виконанні сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу зліва направо (в прямому) та справа наліво (в зворотному) по відношенню до вектору спостережень n -го OFDM символу, а також виконанні сумісного оцінювання в часовому напрямку на кожній із підносійних на першому етапі з подальшим оптимальним об'єднанням результатів на другому етапі.

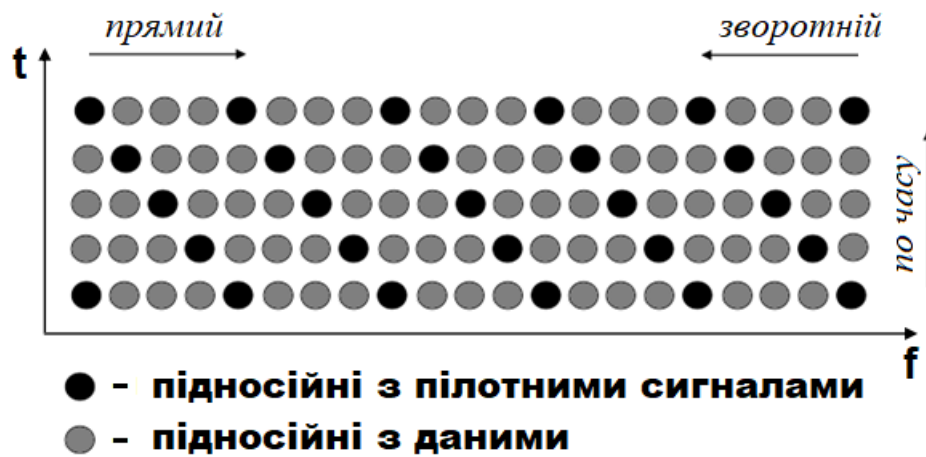


Рис. 3.2

Синтез алгоритмів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в прямому та зворотному напрямках описаний в підрозділі 3.2. Виконаємо синтез алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в часовому напрямку. При цьому дані будуть оброблятися на k -й підносійній n -го OFDM символу. Для опису статистичних зав'язків між відліками ЧХ в часовому напрямку також використовують авторегресійну модель [24, 32, 33]. Векторно-матрична форма такої моделі може бути представлена у вигляді дискретної стохастичної динамічної системи

$$\mathbf{x}_t(k, n) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{x}_t(k, n-1) + \xi(k, n) \quad (3.75)$$

де $\mathbf{x}_t(k, n) = [H(k, n), H(k, n-1), \dots, H(k, n-q+1)]^T$ - вектор стовпчик, розміром $q \times 1$, який містить значення ЧХ; $\xi(k, n) = [\xi(k, n), 0, \dots, 0]^T$ - вектор стовпчик, розміром $q \times 1$, з кореляційною матрицею \mathbf{Q}_ξ ; \mathbf{G} - матриця еволюції системи.

$$\mathbf{Q}_\xi = \begin{bmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_q \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Параметри матриць \mathbf{G} і \mathbf{Q}_ξ визначаються на основі відомої кореляційної матриці каналу \mathbf{R} за допомогою рівнянь Юла-Уокера [34, 35, 36].

Математична модель процесу вимірювання при надходженні інформаційного символу може бути отримана з використання (3.1), (3.75) і описується виразом

$$y(k, n) = \mathbf{S}^j(k, n) \cdot \mathbf{x}_t(k, n) + v(k, n) \quad (3.76)$$

де $\mathbf{S}^j(k, n) = [s^j(k, n), 0, \dots, 0]$ - вектор рядок з інформаційним символом $s^j(k, n)$ на позиції першого елемента; $v(k, n)$ - некорельована послідовність гаусівських величин з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_v^2 .

Математична модель процесу вимірювання при надходженні пілотного символу описується наступним виразом

$$y(k, n) = \mathbf{S}^r(k, n) \cdot \mathbf{x}_t(k, n) + v(k, n) \quad (3.77)$$

де $\mathbf{S}^r(k, n) = [s^r(k, n), 0, \dots, 0]$ - вектор рядок з пілотним символом $s^r(k, n)$ на позиції першого елемента

Застосувавши методику з підрозділу 3.2 запишемо алгоритм сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в часовому напрямку

$$P(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t) = p_j \quad (3.78)$$

$$P(\mathbf{x}_t(k, n) | \mathbf{Y}_t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\mathbf{x}_t(k, n) | \mathbf{x}_t(k, n-1)) \times \\ \times P(\mathbf{x}_t(k, n-1) | \mathbf{Y}_t) d\mathbf{x}_t(k, n-1); \quad (3.79)$$

$$P(\mathbf{x}_t(k, n) | s^j(k, n), y(k, n), \mathbf{Y}_t) = \frac{P(y(k, n) | \mathbf{x}_t(k, n), s^j(k, n))}{P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t)} \times \\ \times P(\mathbf{x}_t(k, n) | \mathbf{Y}_t) \quad (3.80)$$

$$P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) = \frac{P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) P(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t)}{P(y(k, n) | \mathbf{Y}_t)}; \quad (3.81)$$

$$P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) \times \\ \times P(\mathbf{x}_t(k, n) | s^j(k, n), y(k, n), \mathbf{Y}_t) \quad (3.82)$$

де $P(\mathbf{x}_t(k, n) | \mathbf{Y}_t)$ - екстрапольована ЩЙ вектора $\mathbf{x}_t(k, n)$; $P(\mathbf{x}_t(k, n) | s^j(k, n), y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ - умовна апостеріорна ЩЙ вектора $\mathbf{x}_t(k, n)$ при умові $s^j(k, n)$; $P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ - апостеріорна ЩЙ вектора $\mathbf{x}_t(k, n)$, розрахована на n -му кроці; $P(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t)$, $P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ - екстрапольована і апостеріорна ймовірності дискретного компонента; $P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t)$ - умовна ЩЙ, яка визначається за формулою

$$P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) = \int_{-\infty}^{\infty} P(y(k, n) | \mathbf{x}_t(k, n), s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) \times \\ \times P(\mathbf{x}_t(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) d\mathbf{x}_t(k, n);$$

$P(y(k, n) | \mathbf{Y}_t)$ визначається за формулою

$$P(y(k, n) | \mathbf{Y}_t) = \sum_{j=1}^L P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) P(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t)$$

За допомогою рівнянь (3.79), (3.80), (3.82) розраховується апостеріорна ЩЙ ЧХ каналу, а за допомогою рівнянь (3.78), (3.81) – апостеріорні ймовірності інформаційних символів. Особливість алгоритму полягає у нерозривному зв'язку рівнянь оцінювання апостеріорних розподілів інформаційних символів і ЧХ каналу.

У випадку надходження пілотних символів $s^r(k, n)$ в точці $n \in \Omega_p$ апостеріорні ймовірності $P(s^r(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ не розраховуються, а апостеріорна ЩЙ $P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ вектора $\mathbf{x}_t(k, n)$ розраховується за формулою

$$P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) = \frac{P(y(k, n) | \mathbf{x}_t(k, n)) \cdot P(\mathbf{x}_t(k, n) | \mathbf{Y}_t)}{P(y(k, n) | \mathbf{Y}_t)} \quad (3.83)$$

де $P(y(k, n) | \mathbf{x}_t(k, n))$ - однокрокова функція правдоподібності, яка знаходиться на основі рівняння (3.77).

Оптимальний пристрій, який реалізовує алгоритм (3.78) - (3.82), являється багатоканальним з кількістю каналів рівною L . Кожен канал узгоджений з відповідним значенням символу $s^j(k, n)$, $j = \overline{1, L}$. При цьому апостеріорна ЩЙ $P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ вектора $\mathbf{x}_t(k, n)$ визначається шляхом усереднення умовних апостеріорних щільностей ймовірності $P(\mathbf{x}_t(k, n) | s^j(k, n), y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ із застосуванням апостеріорних ймовірностей $P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$, які визначаються в кожному каналі оптимального пристрою.

Застосувавши алгоритм сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в часовому напрямку на усіх підносійних OFDM символів і виконавши оцінку в прямому та зворотному напрямках можна об'єднати отримані результати на кожній підносійній n -го OFDM символу.

Рішення задачі об'єднання результатів оцінювання полягає у розрахунку сумісних апостеріорних щільностей ймовірності $p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ на кожній підносійній $k = \overline{0, N-1}$. Для синтезу алгоритму об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в прямому, зворотному та часовому напрямках запишемо сумісний апіорний розподіл

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) = p(H(k, n), s^j(k, n)) \times \\ \times P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b, \mathbf{S}_t | H(k, n), s^j(k, n)), \quad (3.84)$$

де \mathbf{H}_f - вектор, який містить елементи ЧХ $H(0, n), H(1, n), \dots, H(k-1, n)$; \mathbf{H}_b - вектор, який містить елементи ЧХ $H(k+1, n), H(k+2, n), \dots, H(N-1, n)$; \mathbf{H}_t - вектор, який містить елементи ЧХ $H(k, 0), H(k, 1), \dots, H(k, n-1)$ на k -й підносійній; \mathbf{S}_f - вектор, який містить значення символів $s^{j_{0,n}}(0, n), s^{j_{1,n}}(1, n), \dots, s^{j_{k-1,n}}(k-1, n)$; \mathbf{S}_b - вектор, який містить значення символів $s^{j_{k+1,n}}(k+1, n), s^{j_{k+2,n}}(k+2, n), \dots, s^{j_{N-1,n}}(N-1, n)$; \mathbf{S}_t - вектор, який містить значення символів $s^{j_{k,0}}(k, 0), s^{j_{k,1}}(k, 1), \dots, s^{j_{k,n-1}}(k, n-1)$ на k -й підносійній; $p(H(k, n), s^j(k, n))$ - сумісний розподіл; $P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b, \mathbf{S}_t | H(k, n), s^j(k, n))$ - умовна сумісна ЩЙ розширеного процесу.

Будемо вважати, що для змішаного процесу $(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t)$ виконується властивість умовної незалежності ймовірнісних характеристик, яка полягає в тому, що значення $(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f)$ до k -ї підносійної n -го OFDM символу, $(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b)$ після k -ї підносійної n -го OFDM символу і $(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t)$ до n -го OFDM символу k -ї підносійної, при умові, що значення $(H(k, n), s^j(k, n))$ точно відомі, являються незалежними [75, 76].

$$P(\mathbf{H}_f, \mathbf{H}_b, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}_f, \mathbf{S}_b, \mathbf{S}_t | H(k, n), s^j(k, n)) = \\ = P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f | H(k, n), s^j(k, n)) \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | H(k, n), s^j(k, n)) P(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t | H(k, n), s^j(k, n)) \quad (3.85)$$

Властивість умовної незалежності дозволяє розглядати значення розширеного процесу в прямому, зворотному та часовому напрямках незалежно, якщо відоме значення $(H(k, n), s^j(k, n))$, що знаходиться в точці

їх зустрічі. Існування даної властивості дозволяє проводити незалежну одновимірну обробку в прямому, зворотному та часовому напрямках.

Враховуючи (3.85) запишемо вираз (3.84) у наступному вигляді

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) = p(H(k, n), s^j(k, n)) P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f | H(k, n), s^j(k, n)) \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | H(k, n), s^j(k, n)) P(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t | H(k, n), s^j(k, n)). \quad (3.86)$$

Застосуємо теорему множення ймовірностей і перепишемо вираз (3.86) наступним чином

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) = \frac{P(\mathbf{H}_f, \mathbf{S}_f, H(k, n), s^j(k, n))}{p^2(H(k, n), s^j(k, n))} \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b, H(k, n), s^j(k, n)) P(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t, H(k, n), s^j(k, n)) \quad (3.87)$$

Функція правдоподібності спостережень має наступний вигляд

$$P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t) = P(\mathbf{Y}_f, y(k, n) | \mathbf{H}_f, H(k, n)) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t). \quad (3.88)$$

На основі теореми множення ймовірностей сумісний розподіл $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t, \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ можна представити в наступному вигляді

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t, \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \\ = P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t). \quad (3.89)$$

Враховуючи (3.87) і (3.88) добуток $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t)$ з виразу (3.89) можна переписати у вигляді

$$P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t | \mathbf{H}, \mathbf{H}_t) = \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n), \mathbf{S}_f, s^j(k, n))}{p(H(k, n), s^j(k, n))} \times \\ \times P(\mathbf{H}_b, H(k, n), \mathbf{S}_b, s^j(k, n)) \frac{P(\mathbf{H}_t, H(k, n), \mathbf{S}_t, s^j(k, n))}{p(H(k, n), s^j(k, n))} \times \\ \times P(\mathbf{Y}_f, y(k, n) | \mathbf{H}_f, H(k, n)) P(\mathbf{Y}_b | \mathbf{H}_b) P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{H}_t). \quad (3.90)$$

Застосуємо теорему множення ймовірностей і перепишемо вираз (3.90) в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \\
= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n), \mathbf{S}_f, s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n))}{p^2(H(k, n), s^j(k, n))} \times \\
\times P(\mathbf{Y}_f, y(k, n)) p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b) P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_b) \times \\
\times p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t) P(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_t)
\end{aligned} \tag{3.91}$$

Поділивши ліву і праву частину виразу (3.91) на $P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ отримаємо вираз для апостеріорної сумісної ЩЙ $P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{H}, \mathbf{H}_t, \mathbf{S}, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \\
= \frac{P(\mathbf{H}_f, H(k, n), \mathbf{S}_f, s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(\mathbf{Y}_f, y(k, n))}{p^2(H(k, n), s^j(k, n)) P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)} \times \\
\times p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b) P(\mathbf{H}_b, \mathbf{S}_b | \mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_b) \times \\
\times p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t) P(\mathbf{H}_t, \mathbf{S}_t | \mathbf{Y}_t) P(\mathbf{Y}_t)
\end{aligned} \tag{3.92}$$

Для знаходження апостеріорної сумісної ЩЙ $p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ значення ЧХ $H(k, n)$ і значення символу $s^j(k, n)$ необхідно виконати інтегрування виразу (3.92) по \mathbf{H}_f , \mathbf{H}_b і \mathbf{H}_t та сумування по \mathbf{S}_f , \mathbf{S}_b і \mathbf{S}_t . В результаті інтегрування і сумування отримаємо

$$\begin{aligned}
p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \frac{p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n))}{p(H(k, n), s^j(k, n))^2} \times \\
\times p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}_b) p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t) \times \\
\times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)}.
\end{aligned} \tag{3.93}$$

Вираз (3.93) описує структуру алгоритму двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів. На першому етапі розраховуються апостеріорна $p(H(k, n), s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n))$ і екстрапольовані

$p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}_b)$ та $p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}_t)$ сумісні щільності ймовірностей. На другому етапі виконується розрахунок апостеріорної сумісної ЩЙ $p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ шляхом об'єднання $p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n))$, $p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}_b)$, $p(H(k,n), s^j(k,n) | \mathbf{Y}_t)$ і апіорної сумісної ЩЙ $p(H(k,n), s^j(k,n))$. Щільності ймовірностей $P(\mathbf{Y}_f, y(k,n))$, $P(\mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{Y}_t)$ і $P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ являють собою нормуючі множники після надходження відповідних спостережень.

3.5 Розробка квазіоптимального двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Квазіоптимальний алгоритм адаптивної фільтрації в прямому та зворотному напрямках описано в підрозділі 3.3. На основі викладок з підрозділу 3.3 квазіоптимальний алгоритм адаптивної фільтрації в часовому напрямку на k -й підносійній при обробці вимірювань на позиції даних приймає наступний вигляд

$$\mathbf{x}_t^*(k, n) = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}}_t(k, n-1) \quad (3.94)$$

$$\mathbf{P}_t^*(k, n) = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{P}}_t(k, n-1) \cdot \mathbf{G}^H + \mathbf{Q}_\xi \quad (3.95)$$

$$\mathbf{K}_t^j(k, n) = \mathbf{P}_t^*(k, n) \cdot \mathbf{S}^j(k, n)^H / D_t^j(k, n) \quad (3.96)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_t^j(k, n) = \mathbf{x}_t^*(k, n) + \mathbf{K}_t^j(k, n) \cdot (y(k, n) - \mathbf{S}^j(k, n) \cdot \mathbf{x}_t^*(k, n)) \quad (3.97)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_t^j(k, n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t^j(k, n) \cdot \mathbf{S}^j(k, n)) \cdot \mathbf{P}_t^*(k, n) \quad (3.98)$$

де $D_t^j(k, n)$ - дисперсія невязки, яка визначається за формулою

$$D_t^j(k, n) = \mathbf{S}^j(k, n) \cdot \mathbf{P}_t^*(k, n) \cdot \mathbf{S}^j(k, n)^H + \sigma_v^2$$

Апостеріорні ймовірності $P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ дискретного компоненту розраховуються за формулою (3.81), в якій умовна ЩЙ $P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t)$ має вигляд

$$P(y(k, n) | s^j(k, n), \mathbf{Y}_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_t^j(k, n)}} \times \exp\left(-\frac{(y(k, n) - \mathbf{S}^j(k, n) \cdot \mathbf{x}_t^*(k, n))(y(k, n) - \mathbf{S}^j(k, n) \cdot \mathbf{x}_t^*(k, n))^H}{D_t^j(k, n)}\right) \quad (3.99)$$

Математичне очікування $\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$ і кореляційна матриця $\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$ апостеріорної щільності ймовірностей $P(\mathbf{x}_t(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t)$ розраховуються за формулами

$$\hat{\mathbf{x}}_t(k, n) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) \cdot \hat{\mathbf{x}}_t^j(k, n) \quad (3.100)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_t(k, n) = \sum_{j=1}^L P(s^j(k, n) | y(k, n), \mathbf{Y}_t) \times \left(\hat{\mathbf{P}}_t^j(k, n) + \left(\hat{\mathbf{x}}_t^j(k, n) - \bar{\mathbf{x}}_t(k, n) \right) \cdot \left(\hat{\mathbf{x}}_t^j(k, n) - \bar{\mathbf{x}}_t(k, n) \right)^H \right) \quad (3.101)$$

Для обробки вимірювань на позиціях пілотних сигналів в часовому напрямку на k -й підносійній алгоритм наступний

$$\mathbf{x}_t^*(k, n) = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{x}}_t(k, n-1) \quad (3.102)$$

$$\mathbf{P}_t^*(k, n) = \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{P}}_t(k, n-1) \cdot \mathbf{G}^H + \mathbf{Q}_\xi \quad (3.103)$$

$$\mathbf{K}_t(k, n) = \mathbf{P}_t^*(k, n) \cdot \mathbf{S}^r(k, n)^H / D_t(k, n) \quad (3.104)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_t(k, n) = \mathbf{x}_t^*(k, n) + \mathbf{K}_t(k, n) \cdot (y(k, n) - \mathbf{S}^r(k, n) \cdot \mathbf{x}_t^*(k, n)) \quad (3.105)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_t(k, n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t^j(k, n) \cdot \mathbf{S}^r(k, n)) \cdot \mathbf{P}_t^*(k, n) \quad (3.106)$$

де $D_t(k, n)$ - дисперсія невязки, яка визначається за формулою

$$D_t(k, n) = \mathbf{S}^r(k, n) \cdot \mathbf{P}_t^*(k, n) \cdot \mathbf{S}^r(k, n)^H + \sigma_v^2$$

Рівняння (3.102) – (3.106) описують алгоритм калманівської фільтрації. Отримані моменти $\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$, $\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$ являються початковими умовами для

наступного такту алгоритму сумісної фільтрації при надходженні інформаційного символу в часовому напрямку.

Застосувавши теорему множення ймовірностей перепишемо вираз (3.93) в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
 & p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right) p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right) = \\
 & = \frac{1}{p^2\left(H(k,n) | s^j(k,n)\right)} \times \\
 & \times p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right) \times \\
 & \times p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right) p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right) \times \\
 & \times \frac{p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right) p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_b\right) p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_t\right)}{p\left(s^j(k,n)\right)} \times \\
 & \times \frac{P\left(\mathbf{Y}_f, y(k,n)\right) P\left(\mathbf{Y}_b\right) P\left(\mathbf{Y}_t\right)}{P\left(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right)}.
 \end{aligned} \tag{3.107}$$

Для синтезу квазіоптимального алгоритму об'єднання результатів використаємо метод гаусівської апроксимації умовних апостеріорних розподілів [61, 76]. При цьому щільності ймовірностей $p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right)$, $p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right)$, $p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right)$ і $p\left(H(k,n) | s^j(k,n)\right)$ є гаусівськими:

$$\begin{aligned}
 p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right) &= N\left(\hat{H}_f^j, (\hat{\sigma}_f^j)^2\right), \\
 p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right) &= N\left(H_b^*, \sigma_b^{*2}\right), \\
 p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right) &= N\left(H_t^*, \sigma_t^{*2}\right) \\
 p\left(H(k) | s^j(k)\right) &= N\left(\bar{H}, \bar{\sigma}^2\right).
 \end{aligned}$$

З урахуванням даних викладок розглянемо окремо множник з виразу (3.107)

$$\frac{p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right)}{p^2\left(H(k,n) | s^j(k,n)\right)} \times$$

$$\times p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right) p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right) \quad (3.108)$$

З урахуванням того, що щільності ймовірностей, які входять у вираз (3.108), являються гаусівськими, перепишемо його наступним чином

$$\frac{\frac{1}{2\pi\hat{\sigma}_f} \exp\left(\frac{(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)} \times \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_b^*} \exp\left(\frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)} \times$$

$$\frac{\frac{1}{2\pi\sigma_t^*} \exp\left(\frac{(H - H_t^*)(H - H_t^*)^H}{\sigma_t^{*2}}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)} \times \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_t^*} \exp\left(\frac{(H - H_t^*)(H - H_t^*)^H}{\sigma_t^{*2}}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)} \times$$

$$\times \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_t^*} \exp\left(\frac{(H - H_t^*)(H - H_t^*)^H}{\sigma_t^{*2}}\right)}{\frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right)} \times \frac{1}{2\pi\bar{\sigma}} \exp\left(\frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2}\right) \quad (3.109)$$

Випишемо показники експоненти

$$\frac{(H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H}{(\hat{\sigma}_f^j)^2} + \frac{(H - H_b^*)(H - H_b^*)^H}{\sigma_b^{*2}} - \frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2} +$$

$$+ \frac{(H - H_t^*)(H - H_t^*)^H}{\sigma_t^{*2}} - \frac{(H - \bar{H})(H - \bar{H})^H}{\bar{\sigma}^2} \quad (3.110)$$

Перепишемо вираз (3.110) у наступному вигляді

$$\left((H - \hat{H}_f^j)(H - \hat{H}_f^j)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + (H - H_b^*)(H - H_b^*)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} - \right.$$

$$\left. - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H \left(\sigma_t^{*2} \right)^{-1} - \right.$$

$$\left. - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} \right. \quad (3.111)$$

Розглянемо більш детально перші два доданки

$$\left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \left(H - H_b^* \right) \left(H - H_b^* \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1}. \quad (3.112)$$

Відповідно до методики, застосованої в підрозділі 3.3, вираз (3.112) можна переписати в наступному вигляді

$$\begin{aligned} & \left(H - \hat{H}_f^j \right) \left(H - \hat{H}_f^j \right)^H \left((\hat{\sigma}_f^j)^2 \right)^{-1} + \left(H - H_b^* \right) \left(H - H_b^* \right)^H \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} = \\ & = \left(H - \tilde{H}^j \right) \left(H - \tilde{H}^j \right)^H A_j^{-1} + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H B_j^{-1} \end{aligned} \quad (3.113)$$

де

$$A_j = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}} \quad (3.114)$$

$$\tilde{H}^j = \hat{H}_f^j + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(\sigma_b^{*2} \right)^{-1} A_j, \quad (3.115)$$

$$B_j = (\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2} \quad (3.116)$$

Підставивши (3.113) в (3.111) отримаємо

$$\begin{aligned} & \left(H - \tilde{H}^j \right) \left(H - \tilde{H}^j \right)^H A_j^{-1} + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H B_j^{-1} - \\ & - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} + \left(H - H_t^* \right) \left(H - H_t^* \right)^H \left(\sigma_t^{*2} \right)^{-1} - \\ & - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.117)$$

Розглянемо більш детально перший і третій доданки виразу (3.117)

$$\left(H - \tilde{H}^j \right) \left(H - \tilde{H}^j \right)^H A_j^{-1} - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1}. \quad (3.118)$$

Внесемо мінус перед другим доданком в дужки

$$\begin{aligned} & \left(H - \tilde{H}^j \right) \left(H - \tilde{H}^j \right)^H A_j^{-1} - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} = \\ & = \left(H - \tilde{H}^j \right) \left(H - \tilde{H}^j \right)^H A_j^{-1} + \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(-\bar{\sigma}^2 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.119)$$

Виконавши перетворення, відповідно до методики з підрозділу 3.3., перепишемо вираз (3.119) в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
& (H - \tilde{H}^j)(H - \tilde{H}^j)^H A_j^{-1} + (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (-\bar{\sigma}^2)^{-1} = \\
& = (H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H D_j^{-1} + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H E_j^{-1}
\end{aligned} \tag{3.120}$$

де

$$D_j = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{A_j - \bar{\sigma}^2} \tag{3.121}$$

$$\check{H}^j = \tilde{H}^j - (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{\sigma}^2)^{-1} D_j, \tag{3.122}$$

$$E_j = A_j - \bar{\sigma}^2. \tag{3.123}$$

Підставивши (3.120) в (3.117) отримаємо

$$\begin{aligned}
& (H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H D_j^{-1} + (H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H B_j^{-1} + \\
& + (\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H E_j^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} - \\
& - (H - \bar{H})(H - \bar{H})^H (\bar{\sigma}^2)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.124}$$

Розглянемо детальніше перший і четвертий доданок виразу (3.124)

$$(H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H D_j^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} \tag{3.125}$$

Виконавши ряд перетворень перепишемо вираз (3.125) в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
& (H - \check{H}^j)(H - \check{H}^j)^H D_j^{-1} + (H - H_t^*)(H - H_t^*)^H (\sigma_t^{*2})^{-1} = \\
& = (H - \hat{H}^j)(H - \hat{H}^j)^H G_j^{-1} + (H_t^* - \check{H}^j)(H_t^* - \check{H}^j)^H J_j^{-1}
\end{aligned} \tag{3.126}$$

де

$$G_j = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{D_j + \sigma_t^{*2}} \tag{3.127}$$

$$\hat{H}^j = \check{H}^j + (H_t^* - \check{H}^j)(\sigma_t^{*2})^{-1} G_j, \tag{3.128}$$

$$J_j = D_j + \sigma_t^{*2}. \tag{3.129}$$

Підставивши (3.126) в (3.124) отримаємо

$$\begin{aligned}
& \left(H - \hat{H}^j \right) \left(H - \hat{H}^j \right)^H G_j^{-1} + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H B_j^{-1} + \\
& + \left(\bar{H} - \tilde{H}^j \right) \left(\bar{H} - \tilde{H}^j \right)^H E_j^{-1} + \left(H_t^* - \tilde{H}^j \right) \left(H_t^* - \tilde{H}^j \right)^H J_j^{-1} - \\
& - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.130}$$

Розглянемо перший і останній доданок виразу (3.130)

$$\left(H - \hat{H}^j \right) \left(H - \hat{H}^j \right)^H G_j^{-1} - \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} \tag{3.131}$$

Внесемо мінус перед другим доданком в дужки

$$\left(H - \hat{H}^j \right) \left(H - \hat{H}^j \right)^H G_j^{-1} + \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(-\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} \tag{3.132}$$

Виконавши ряд перетворень перепишемо вираз (3.132) в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
& \left(H - \hat{H}^j \right) \left(H - \hat{H}^j \right)^H G_j^{-1} + \left(H - \bar{H} \right) \left(H - \bar{H} \right)^H \left(-\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} = \\
& = \left(H - H'^j \right) \left(H - H'^j \right)^H K_j^{-1} + \left(\bar{H} - \hat{H}^j \right) \left(\bar{H} - \hat{H}^j \right)^H L_j^{-1}
\end{aligned} \tag{3.133}$$

де

$$K_j = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{G_j - \bar{\sigma}^2} \tag{3.134}$$

$$H'^j = \hat{H}^j - \left(\bar{H} - \hat{H}^j \right) \left(\bar{\sigma}^2 \right)^{-1} K_j, \tag{3.135}$$

$$L_j = G_j - \bar{\sigma}^2. \tag{3.136}$$

Підставивши (3.133) в (3.130) отримаємо

$$\begin{aligned}
& \left(H - H'^j \right) \left(H - H'^j \right)^H K_j^{-1} + \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right) \left(H_b^* - \hat{H}_f^j \right)^H B_j^{-1} + \\
& + \left(\bar{H} - \tilde{H}^j \right) \left(\bar{H} - \tilde{H}^j \right)^H E_j^{-1} + \left(H_t^* - \tilde{H}^j \right) \left(H_t^* - \tilde{H}^j \right)^H J_j^{-1} + \\
& + \left(\bar{H} - \hat{H}^j \right) \left(\bar{H} - \hat{H}^j \right)^H L_j^{-1}
\end{aligned} \tag{3.137}$$

В результаті виконання перетворень (3.112) - (3.136) вираз (3.111) прийняв вигляд (3.137). Аналіз виразу (3.137) показує, що доданки з другого по останній не залежать від H і є константами.

Введемо наступні позначення $(\tilde{\sigma}^j)^2 = A_j$, $B_j = (\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}$, $(\check{\sigma}^j)^2 = D_j$,
 $E_j = (\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2$, $(\hat{\sigma}^j)^2 = G_j$, $J_j = (\check{\sigma}^j)^2 + \sigma_t^{*2}$, $(\sigma'^j)^2 = K$, $L = (\bar{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2$.

З урахуванням вищевказаних позначень перепишемо вираз (3.137) в експоненціальній формі

$$\begin{aligned} & \exp \left(-\frac{(H - H'^j)(H - H'^j)^H}{(\sigma'^j)^2} \right) \times \exp \left(-\frac{(H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H}{((\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2})} \right) \times \\ & \times \exp \left(-\frac{(\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H}{((\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2)} \right) \exp \left(-\frac{(H_t^* - \check{H}^j)(H_t^* - \check{H}^j)^H}{((\check{\sigma}^j)^2 + \sigma_t^{*2})} \right) \times \\ & \times \exp \left(-\frac{(\bar{H} - \hat{H}^j)(\bar{H} - \hat{H}^j)^H}{((\hat{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2)} \right) \end{aligned} \quad (3.138)$$

Введемо наступні позначення

$$C_{1j} = \exp \left(-\frac{(H_b^* - \hat{H}_f^j)(H_b^* - \hat{H}_f^j)^H}{((\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2})} \right) \quad (3.139)$$

$$C_{2j} = \exp \left(-\frac{(\bar{H} - \tilde{H}^j)(\bar{H} - \tilde{H}^j)^H}{((\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2)} \right) \quad (3.140)$$

$$C_{3j} = \exp \left(-\frac{(H_t^* - \check{H}^j)(H_t^* - \check{H}^j)^H}{((\check{\sigma}^j)^2 + \sigma_t^{*2})} \right) \quad (3.141)$$

$$C_{4j} = \exp \left(-\frac{(\bar{H} - \hat{H}^j)(\bar{H} - \hat{H}^j)^H}{((\hat{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2)} \right) \quad (3.142)$$

На основі (3.138) і позначень (3.139) – (3.142) вираз (3.108) запишемо в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
& \frac{p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right)}{p^2\left(H(k,n) | s^j(k,n)\right)} \times \\
& \times p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right) p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right) = \\
& = \frac{1}{2\pi} \frac{\bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^* \sigma_t^*} C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \exp\left(-\frac{\left(H - H'^j\right)\left(H - H'^j\right)^H}{(\sigma'^j)^2}\right)
\end{aligned} \tag{3.143}$$

Помножимо і розділимо праву частину виразу (3.143) на σ'^j

$$\begin{aligned}
& \frac{p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right)}{p^2\left(H(k,n) | s^j(k,n)\right)} \times \\
& \times p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_b\right) p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}_t\right) = \\
& = \frac{1}{2\pi\sigma'^j} \frac{\sigma'^j \bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^* \sigma_t^*} C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \exp\left(-\frac{\left(H - H'^j\right)\left(H - H'^j\right)^H}{(\sigma'^j)^2}\right)
\end{aligned} \tag{3.144}$$

Підставимо (3.144) в (3.107)

$$\begin{aligned}
& p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right) p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right) = \\
& = \frac{1}{2\pi\sigma'^j} \exp\left(-\frac{\left(H - H'^j\right)\left(H - H'^j\right)^H}{(\sigma'^j)^2}\right) \times \\
& \times \frac{\sigma'^j \bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^* \sigma_t^*} C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \frac{p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_f, y(k,n)\right)}{p\left(s^j(k,n)\right)} \times \\
& \times p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_b\right) p\left(s^j(k,n) | \mathbf{Y}_t\right) \frac{P\left(\mathbf{Y}_f, Y(k,n)\right) P\left(\mathbf{Y}_b\right) P\left(\mathbf{Y}_t\right)}{P\left(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right)}.
\end{aligned} \tag{3.145}$$

З отриманого виразу (3.145) можна сказати, що ЩЙ $p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right)$ являється гаусівською і має вигляд

$$p\left(H(k,n) | s^j(k,n), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t\right) = \frac{1}{2\pi\sigma'^j} \exp\left(-\frac{\left(H - H'^j\right)\left(H - H'^j\right)^H}{(\sigma'^j)^2}\right) \tag{3.146}$$

де H'^j і $(\sigma'^j)^2$ розраховуються з набору формул, виведених в процесі виконання перетворень (3.111) – (3.137)

$$(\tilde{\sigma}^j)^2 = \sigma_b^{*2} - \frac{\sigma_b^{*4}}{(\hat{\sigma}_f^j)^2 + \sigma_b^{*2}}; \quad (3.147)$$

$$\tilde{H}^j = \hat{H}_f^j + \frac{(\tilde{\sigma}^j)^2}{\sigma_b^{*2}} (H_b^* - \hat{H}_f^j); \quad (3.148)$$

$$(\bar{\sigma}^j)^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{(\tilde{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (3.149)$$

$$\bar{H}^j = \tilde{H}^j - \frac{(\bar{\sigma}^j)^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \tilde{H}^j); \quad (3.150)$$

$$(\bar{\sigma}^j)^2 = \sigma_t^{*2} - \frac{\sigma_t^{*4}}{(\bar{\sigma}^j)^2 + \sigma_t^{*2}} \quad (3.151)$$

$$\hat{H}^j = \bar{H}^j + \frac{(\bar{\sigma}^j)^2}{\sigma_t^{*2}} (H_t^* - \bar{H}^j); \quad (3.152)$$

$$(\sigma'^j)^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{(\bar{\sigma}^j)^2 - \bar{\sigma}^2}, \quad (3.153)$$

$$H'^j = \hat{H}^j - \frac{(\sigma'^j)^2}{\bar{\sigma}^2} (\bar{H} - \hat{H}^j); \quad (3.154)$$

Виходячи з виразу (3.145) можна сказати, що апостеріорна ймовірність інформаційного символу $p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ визначається за формулою

$$\begin{aligned} p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) &= \frac{\sigma'^j \bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^* \sigma_t^*} C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \times \\ &\times \frac{p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n)) p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_b) p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t)}{p(s^j(k, n))} \times \\ &\times \frac{P(\mathbf{Y}_f, y(k, n)) P(\mathbf{Y}_b) P(\mathbf{Y}_t)}{P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)} \end{aligned} \quad (3.155)$$

Щільності ймовірностей $P(\mathbf{Y}_f, Y(k))$, $P(\mathbf{Y}_b)$, $P(\mathbf{Y}_t)$, $P(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ виконують роль нормуючих множників. Враховуючи це, для спрощення розрахунків достатньо визначити ненормовану міру:

$$\begin{aligned} \tilde{W}'_j = & \frac{\sigma'^j \bar{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_f^j \sigma_b^* \sigma_t^*} C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \times \\ & \times \frac{p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_f, y(k, n)) p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_b) p(s^j(k, n) | \mathbf{Y}_t)}{p(s^j(k, n))} \end{aligned} \quad (3.156)$$

На основі ненормованої міри може бути визначена оцінка інформаційного символу за критерієм максимуму апостеріорної ймовірності. При необхідності визначення точних значень апостеріорних ймовірностей $p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ виконується нормування апостеріорної міри за формулою

$$p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t) = \frac{\tilde{W}'_j}{\sum_{j=1}^L \tilde{W}'_j}. \quad (3.157)$$

Таким чином квазіоптимальний алгоритм об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу в прямому, зворотному та часовому напрямках полягає у розрахунку параметрів умовної апостеріорної щільності ймовірностей $p(H(k) | s^j(k), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ по формулах (3.147) – (3.154), а також апостеріорних ймовірностей $p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ інформаційних символів по формулах (3.156), (3.157).

3.6 Аналіз синтезованих алгоритмів

Аналіз синтезованих квазіоптимальних алгоритмів виконано на модельному прикладі шляхом статистичного моделювання. В якості прикладу розглянуто випадок, при якому ЧХ каналу представлена лінійною гаусівською авторегресійною моделлю [71, 72], яка описується рівняннями

(2.115) - (2.118) і має наступні параметри: коефіцієнт авторегресії в частотному напрямку $\alpha = 0.95 - 0.05i$, коефіцієнт авторегресії в часовому напрямку $\beta = 0.85$, дисперсією шуму $\sigma_{\psi}^2 = 0.9$, кількість підносійних в OFDM символі $N = 1024$, кількість OFDM символів $M = 128$. Дисперсія білого шуму $\sigma_v^2 = 0.009$. Пілотні символи, які також містили символи із сузір'я QPSK, розміщалися за схемою паралелограмної решітки (Рис. 1.3г).

На рис. 3.3 представлено теоретичні СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховані з формул (3.29), (3.34) для сумісного оцінювання в прямому та зворотному напрямках, і розраховані на основі формули (3.70) для об'єднання результатів сумісного оцінювання в прямому та зворотному напрямках. На рис. 3.4 представлено аналогічні промодельовані залежності СКВ помилок оцінки ЧХ σ'_{MK} , розраховані методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритмів на проміжку з 40 підносійних в n -му OFDM символі.

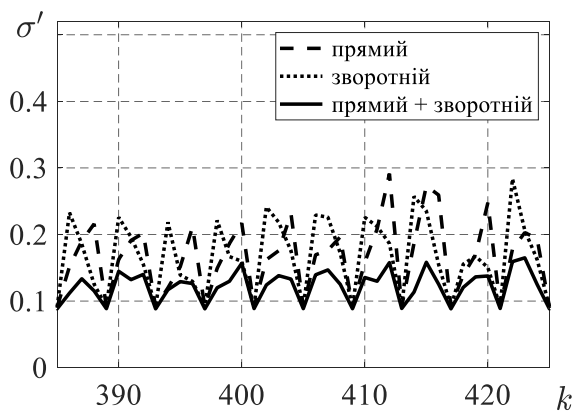


Рис. 3.3

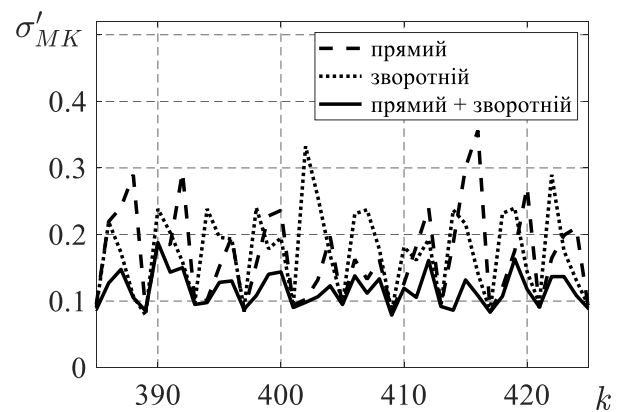


Рис. 3.4

Як видно з рисунків, теоретичні і промодельовані СКВ помилок оцінки узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Крім того, алгоритм об'єднання результатів на другому етапі (3.68) - (3.74) дозволяє зменшити СКВ помилки оцінки до 50% у порівнянні з алгоритмом (3.22) - (3.34) для сумісного оцінювання в прямому та зворотному напрямках.

На рис. 3.5 представлено теоретичну залежність СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховану з формул (3.101), (3.106) для сумісного

оцінювання в часовому напрямку, та аналогічну промодельовану залежність СКВ помилок оцінки ЧХ σ'_{MK} , розраховану методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритму на проміжку з 40 символів на k -й підносійній.

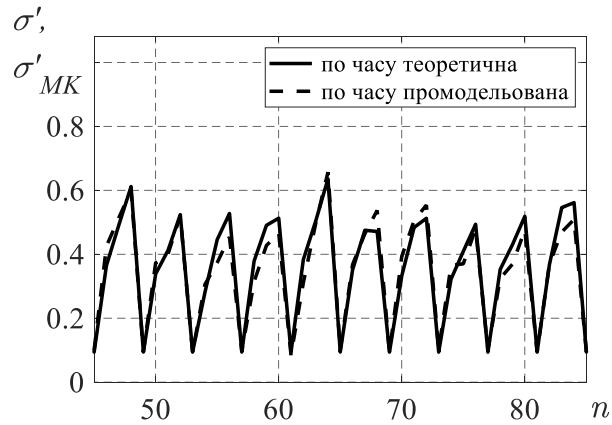


Рис. 3.5

На рис. 3.6 представлено теоретичні залежності СКВ помилок оцінки значень ЧХ σ' , розраховані на основі формули (3.70) для об'єднання результатів сумісного оцінювання в прямому та зворотному напрямках та розраховані на основі формули (3.153) для об'єднання результатів сумісного оцінювання в прямому, зворотному та часовому напрямках. На рис. 3.7 представлено аналогічні промодельовані залежності СКВ помилок оцінки ЧХ σ'_{MK} , розраховані методом Монте-Карло. Для наглядності відображено результати роботи алгоритмів на проміжку з 40 підносійних із загальної кількості в n -му OFDM символі.

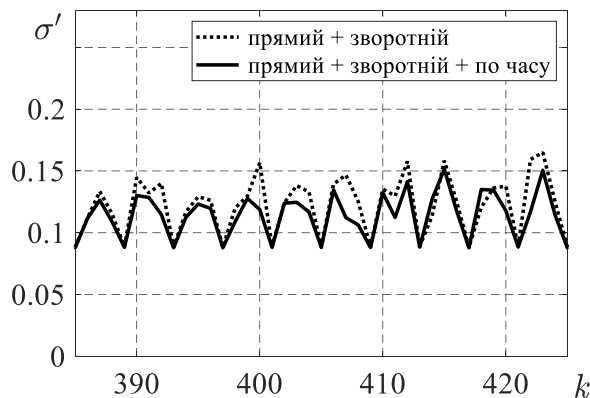


Рис. 3.6

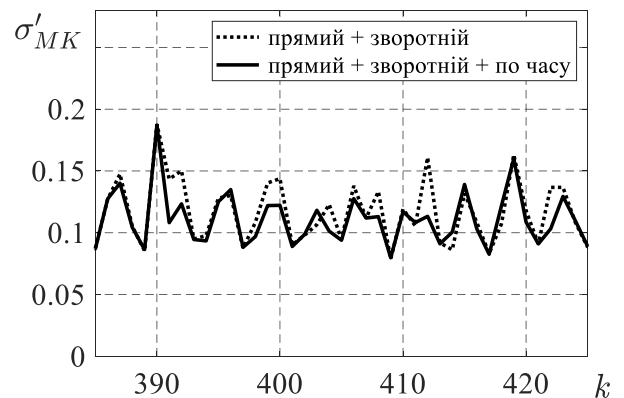


Рис. 3.7

Як видно з рисунків, теоретичні і промодельовані криві СКВ помилок оцінки узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Крім того, алгоритм об'єднання результатів сумісного оцінювання в прямому, зворотному та часовому напрямках на другому етапі (3.147) - (3.157) дозволяє зменшити СКВ помилки оцінки до 10% у порівнянні з алгоритмом об'єднання результатів сумісного оцінювання в прямому та зворотному напрямках на другому етапі (3.68) - (3.74).

Для дослідження точнісних характеристик розробленого методу розглянемо випадок, при якому ЧХ каналу моделювалася у вигляді каналу Релея за допомогою функцій системи автоматизованого проектування Matlab. Статистичне моделювання проводилося по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс. Рівень потужності кожного з променів також вибирався випадковим чином. Для кожної реалізації каналу оброблялося 100 OFDM символів. В якості параметрів OFDM сигналу вибрано 1024 підносійних, довжина захисного інтервалу $\frac{1}{4}$, частота дискретизації 1 МГц. На інформаційних підносійних передавалися рівноймовірні символи із сузір'я QPSK. Пілотні символи, які також містили символи із сузір'я QPSK, розміщалися за схемою пралелограмної решітки (рис. 1.3г).

На рис. 3.8 представлено залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані застосуванням алгоритму (3.68) - (3.74) при різних значеннях порядку авторегресійної моделі p . Як видно з результатів моделювання, при збільшенні порядку авторегресійної моделі p до значення 3 досягається стабільність результатів оцінювання і подальше збільшення порядку авторегресійної моделі не дає значного виграшу. Тому в подальших моделюваннях алгоритму (3.68) - (3.74) будемо використовувати порядок авторегресійної моделі p рівний 3.

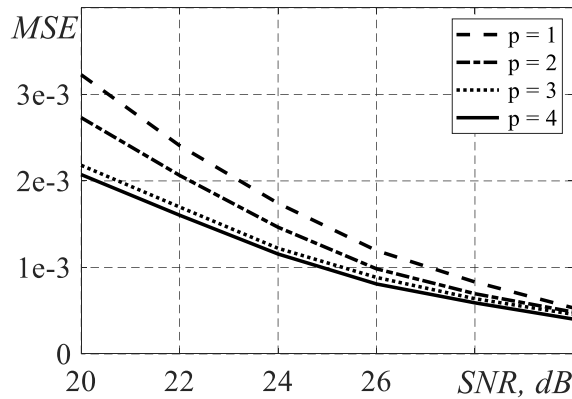


Рис. 3.8

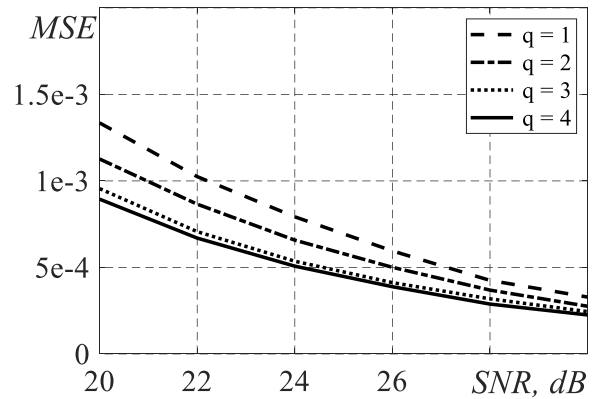


Рис. 3.9

На рис. 3.9 представлено залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані застосуванням алгоритму (3.147) - (3.157) при $p=3$ і різних значеннях порядку авторегресійної моделі q . Як видно з результатів моделювання, збільшення порядку авторегресійної моделі q вище 3 не дає суттєвого виграшу, тому в подальших моделюваннях алгоритму (3.147) - (3.157) будемо використовувати порядок авторегресійної моделі q рівний 3.

Для порівняння на рис. 3.10 представлено залежності середнього квадрату помилки оцінки ЧХ каналу від співвідношення сигнал/шум, отримані шляхом застосування методів LS, MMSE та розроблених алгоритмів (3.68) - (3.74) і (3.147) - (3.157) при $p=3$ і $q=3$.

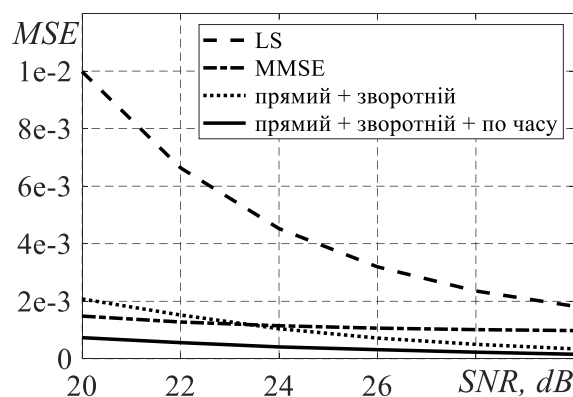


Рис. 3.10

Як видно з рисунків, якість оцінювання ЧХ алгоритмом (3.147) - (3.157) до 3 раз краще у порівнянні з результатами оцінок на основі MMSE методу,

який також використовує відому статистичну інформацію про канал, але має значно більшу обчислювальну складність. Якість оцінювання ЧХ алгоритмом (3.68) - (3.74) до 1.5 раз гірше при великих шумах у порівнянні з результатами оцінок на основі методу MMSE і покращується зі збільшенням співвідношення сигнал/шум. При малих шумах якість оцінювання ЧХ алгоритмом (3.68) - (3.74) до 3 раз краще у порівнянні з результатами оцінок на основі методу MMSE.

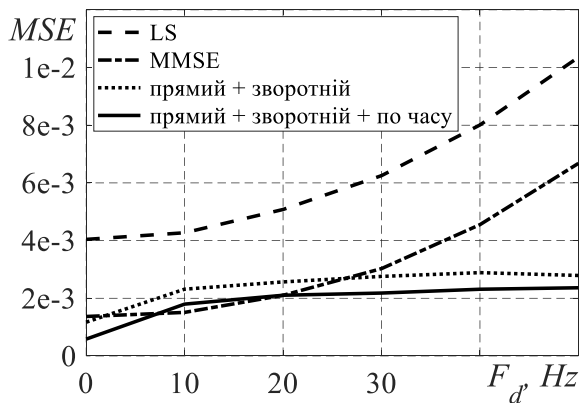


Рис. 3.11

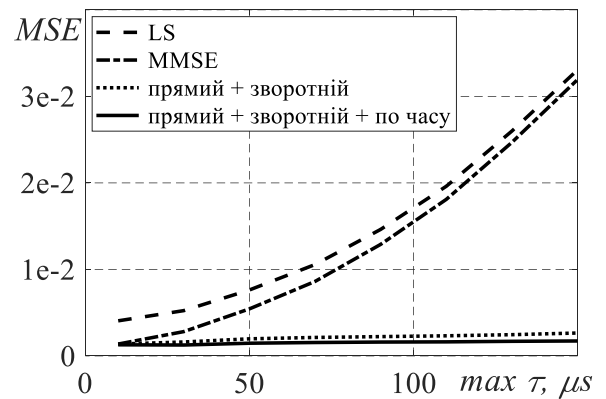


Рис. 3.12

Для апробації результатів роботи розроблених алгоритмів на рис. 3.11 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від значення доплерівського зсуву. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирма випадково розміщеними променями і променем з максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс. при фіксованому значенні співвідношення сигнал/шум 25 дБ і порядках авторегресійних моделей $p = 3$ і $q = 3$. Для моделювання доплерівського зсуву використовувалась модель Джейкса [73]. Як видно з результатів моделювання якість оцінювання ЧХ розробленими алгоритмами (3.68) - (3.74) і (3.147) - (3.157) майже не залежать від доплерівського зсуву частоти. При великих значеннях доплерівського зсуву алгоритми (3.68) - (3.74) і (3.147) - (3.157) дають вигреш в точності оцінювання до 2-ох разів в порівнянні з оцінкою на основі методу MMSE. Покращення точності оцінювання при нульовому доплерівському зсуві частоти пояснюється

стаціонарністю каналу в часі. При цьому якість оцінювання ЧХ алгоритмом (3.147) - (3.157) до 1.5 рази краща у порівнянні з алгоритмом (3.68) - (3.74).

На рис. 3.12 показані залежності середнього квадрату помилки оцінки від довжини каналу. Моделювання проводилось по тисячі реалізацій каналу при фіксованих значеннях співвідношення сигнал/шум 25 дБ та доплерівського зсуву 10 Гц. Як видно з результатів моделювання, зі збільшенням довжини каналу якість роботи методу MMSE погіршується. Розроблені алгоритми оцінювання (3.68) - (3.74) і (3.147) - (3.157) майже не чутливі до збільшення довжини каналу. При цьому розроблений алгоритм оцінювання (3.147) - (3.157), який використовує оцінки з попередніх OFDM символів, показує кращий результат за розроблений алгоритм (3.68) - (3.74) двоетапного оцінювання по поточному прийнятому OFDM символу.

Висновки по третьому розділу

1. Розроблено оптимальний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу (3.4) - (3.11), в якому на першому етапі рекурентно розраховуються апостеріорні і екстрапольовані ЩЙ для неперервної компоненти $\mathbf{x}(k)$ і проводиться розрахунок апостеріорних ймовірностей для дискретного компонента $s^j(k)$ з двох сторін вектора спостережень. На другому етапі, з врахуванням умовної незалежності значень ЧХ каналу, визначаються сумісні апостеріорні ЩЙ (3.21) в кожній точці оцінювання ЧХ каналу, які враховують всі спостереження в поточному OFDM символі. Пристрій для реалізації оптимального алгоритму являється багатоканальним, кожний канал якого узгоджений з відповідним значенням символу $s^j(k)$ із модуляційного сузір'я.

2. В квазіоптимальному методі двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу на першому етапі виконується гаусівська апроксимація умовних апостеріорних ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$

та $P(\mathbf{x}_b(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_b)$, що дозволяє синтезувати алгоритми для рекурентного розрахунку їх математичних очікувань та дисперсій в прямому (3.22) - (3.34) та аналогічно в зворотному напрямках по вектору спостережень поточного OFDM символу. Ймовірності переданого інформаційного символу $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))$ та $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b, y(k))$ розраховуються за формулами (3.9), (3.27) з двох сторін вектору спостережень. Пристрій, що реалізує квазіоптимальний метод, зберігає багатоканальну структуру.

3. В квазіоптимальному методі двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу на другому етапі виконується гаусівська апроксимація умовної ЩЙ $P(\mathbf{x}(k) | s^j(k), \mathbf{Y})$ в кожній точці ЧХ каналу, а її математичне очікування і дисперсія розраховуються за допомогою виразів (3.68) - (3.71). Апостеріорна ймовірність інформаційного символу $P(s^j(k) | \mathbf{Y})$ розраховується за допомогою виразів (3.50), (3.61), (3.72) - (3.74).

4. Як впливає з результатів статистичного моделювання, теоретичні та промодельовані СКВ помилки, розраховані за допомогою виразів (3.22) - (3.34), узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритмів. Після етапу об'єднання, за допомогою формул (3.68) - (3.74), СКВ помилки зменшується до 50%.

5. Розроблено двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх символів, в якому на першому етапі рекурентно виконується розрахунок параметрів апостеріорних ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$ та $P(\mathbf{x}_b(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_b)$ по поточному символу в прямому та зворотному напрямках на основі формул (3.22) - (3.34), та параметрів апостеріорної ЩЙ $P(\mathbf{x}_t(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_t)$ для кожної із підносійних в часовому напрямку на основі формул (3.94) - (3.106), використовуючи оцінки із попередніх символів. Ймовірності переданого

інформаційного символу $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_f, y(k))$, $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_b, y(k))$ та $p(s^j(k) | \mathbf{Y}_t, y(k))$ розраховуються за формулами (3.9), (3.27) при оцінці з двох сторін вектору спостережень та формулами (3.81), (3.99) при оцінці на кожній із підносійних в часовому напрямку. На другому етапі для кожної із підносійних за допомогою алгоритму (3.147) - (3.154) розраховуються параметри апостеріорної ЩЙ $P(\mathbf{x}(k) | s^j(k), \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ шляхом об'єднання параметрів апостеріорної ЩЙ $P(\mathbf{x}_f(k) | s^j(k), y(k), \mathbf{Y}_f)$ і екстрапольованих ЩЙ $P(\mathbf{x}_b(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_b)$ та $P(\mathbf{x}_t(k) | s^j(k), \mathbf{Y}_t)$. Ймовірність переданого символу $p(s^j(k) | \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_t)$ уточняється за допомогою виразів (3.139) - (3.142), (3.155) - (3.157).

6. Як впливає з результатів моделювання, теоретичні та промодельовані СКВ помилки, розраховані застосуванням алгоритму (3.147) - (3.157) добре узгоджені між собою, що підтверджує правильність роботи алгоритму. Крім того, алгоритм (3.147) - (3.157) дозволяє зменшити СКВ помилки оцінювання до 10% у порівнянні з алгоритмом (3.68) - (3.74) для даного модельного прикладу.

7. Результати моделювання показують, що розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу по поточному символу та з використанням оцінок із попередніх символів дають можливість підвищити точність оцінювання в залежності від доплерівського зсуву частоти до 2-ох раз. Точність оцінювання від довжини каналу запропонованими методами майже не деградує, що дозволяє досягнути виграшу до 10 раз в порівнянні з оцінками, отриманими методом MMSE.

РОЗДІЛ 4. ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ І МОЖЛИВОСТІ ПРАКТИЧНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ

4.1 Аналіз ймовірнісних характеристик систем зв'язку з використанням розроблених методів

Основним завданням систем зв'язку являється передача інформації. При цьому ключову роль відіграє достовірність передачі даних, яка в свою чергу характеризується ймовірністю виникнення бітових помилок під час прийому (bit error rate - BER) [18, 19, 77].

Розрахунок ймовірностей бітових помилок виконувався на прикладах, де ЧХ каналу моделювалася у вигляді каналу Релея за допомогою вбудованих функцій системи автоматизованого проектування Matlab. Статистичне моделювання проводилося по тисячі реалізацій каналу, кожна з яких використовувала модель з чотирьма випадково розміщеними променями і променем із заданою максимальною затримкою сигналу в каналі зв'язку. Рівень потужності кожного з променів також вибирався випадковим чином. Для кожної реалізації каналу оброблялося 100 OFDM символів. В якості параметрів OFDM сигналу вибрано 1024 підносійних, довжина захисного інтервалу $\frac{1}{4}$, частота дискретизації 1МГц. На інформаційних підносійних передавалися рівноймовірні символи із сузір'я QPSK. Пілотні символи, які також містили символи із сузір'я QPSK, розміщалися за схемою паралелограмної решітки (рис. 1.3г).

На рис. 4.1 представлено залежності ймовірності бітової помилки від співвідношення сигнал/шум, отримані шляхом використання відомих значень ЧХ каналу, оцінених значень ЧХ каналу методом MMSE та оцінених значень ЧХ каналу розробленими методами (2.33) - (2.36), (2.107) - (2.114), (3.68) - (3.74), (3.147) - (3.157) при $p=3$ і $q=3$ на каналі Релея з променем із максимальною затримкою $\tau=10$ мкс і доплерівським зсувом частоти 10Гц. На рис. 4.2 представлено аналогічні залежності, отримані на

каналі Релея з променем із максимальною затримкою $\tau = 100$ мкс і доплерівським зсувом частоти 10 Гц.

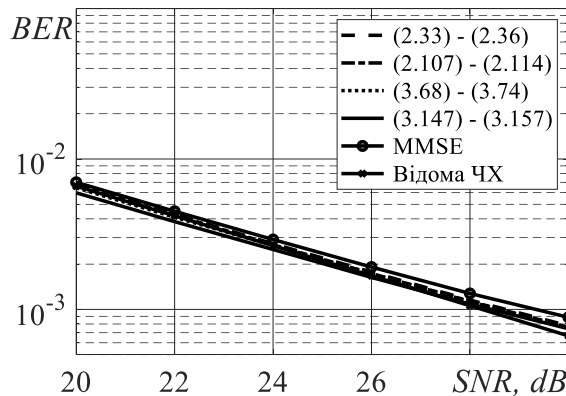


Рис. 4.1

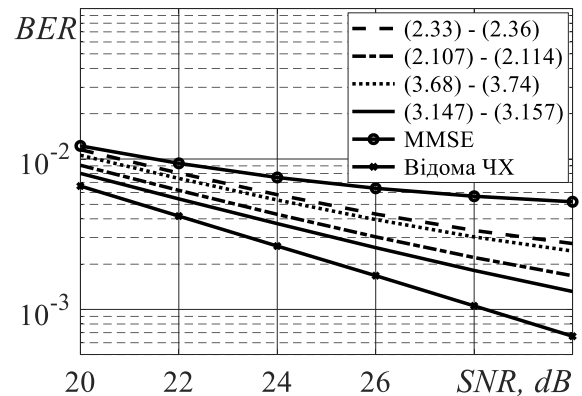


Рис. 4.2

Як видно з графіків, на каналі з променем із максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс криві ймовірності виникнення помилки, отримані при використанні оцінених значень ЧХ розробленими методами та методом MMSE, наближаються до кривої, отриманої шляхом використання відомих значень ЧХ. На каналі з променем із максимальною затримкою $\tau = 100$ мкс застосування розроблених двоетапних методів оцінювання ЧХ каналу по поточному прийнятому OFDM символу (2.33) - (2.36) і оцінювання ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (2.107) - (2.114) дає виграти до 5 і 7 дБ відповідно у порівнянні з методом MMSE. Застосування розроблених двоетапних методів сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу по поточному прийнятому OFDM символу (3.68) - (3.74) і сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (3.147) - (3.157) дозволяє отримати виграти до 6 і 8 дБ відповідно у порівнянні з методом MMSE.

На рис. 4.3 представлено залежності ймовірності бітової помилки від доплерівського зсуву частоти, отримані шляхом використання відомих значень ЧХ каналу, оцінених значень ЧХ каналу методом MMSE та оцінених значень ЧХ каналу розробленими методами (2.33) - (2.36), (2.107) - (2.114), (3.68) - (3.74), (3.147) - (3.157) при $p = 3$ і $q = 3$ на каналі Релея з

променем із максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс і співвідношенні сигнал/шум рівному 25 дБ. На рис. 4.4 представлено аналогічні залежності, отримані на каналі Релея з променем із максимальною затримкою $\tau = 100$ мкс і співвідношенні сигнал/шум рівному 25 дБ.

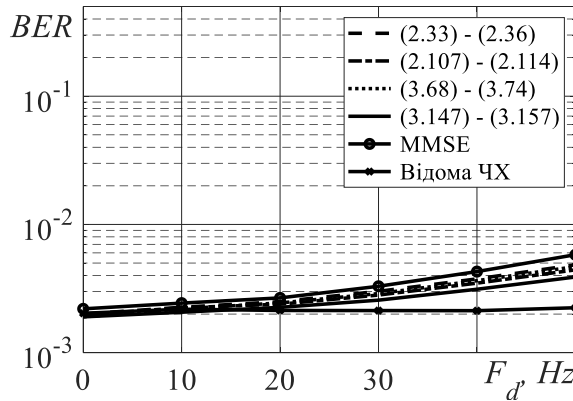


Рис. 4.3

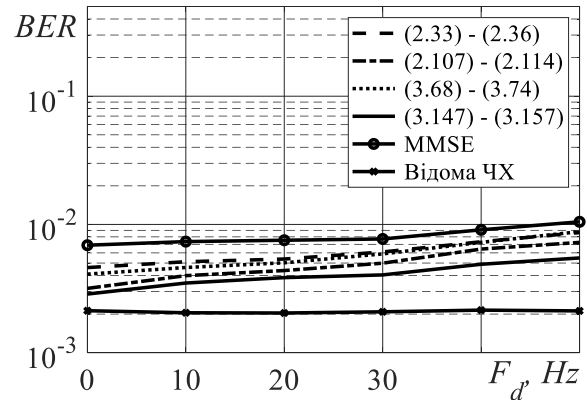


Рис. 4.4

Як видно з графіків, на каналі з максимальною затримкою $\tau = 10$ мкс криві ймовірності виникнення помилки, отримані при використанні оцінених значень ЧХ розробленими методами, йдуть кучно, наближаючись до кривої, отриманої шляхом використання методу MMSE, та демонструють не суттєвий вииграш у порівнянні з методом MMSE. На каналі з максимальною затримкою $\tau = 100$ мкс розроблені методи демонструють суттєво кращі результати, у порівнянні з методом MMSE. Зокрема, двоетапний метод оцінювання значень ЧХ по поточному прийнятому символу (2.33) - (2.36) і двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і значень ЧХ по поточному прийнятому символу (3.68) - (3.74) дозволяють зменшити ймовірність виникнення помилки до 25% і 30% відповідно у порівнянні з методом MMSE. Двоетапний метод оцінювання значень ЧХ з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (2.107) - (2.114) і двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і значень ЧХ з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (3.147) - (3.157) дозволяють зменшити ймовірність виникнення помилки до 50% і 60% відповідно у порівнянні з методом MMSE.

На рис. 4.5 представлено залежності ймовірності бітової помилки від максимальної затримки в променях розповсюдження сигналу, отримані шляхом використання відомих значень ЧХ каналу, оцінених значень ЧХ каналу методом MMSE та оцінених значень ЧХ каналу розробленими методами (2.33) - (2.36), (2.107) - (2.114), (3.68) - (3.74), (3.147) - (3.157) при $p=3$ і $q=3$ на каналі Релея доплерівським зсувом частоти 10Гц і співвідношенні сигнал/шум рівному 25 дБ. На рис. 4.6 представлено аналогічні залежності, отримані на каналі Релея з доплерівським зсувом частоти 50Гц і співвідношенні сигнал/шум рівному 25 дБ.

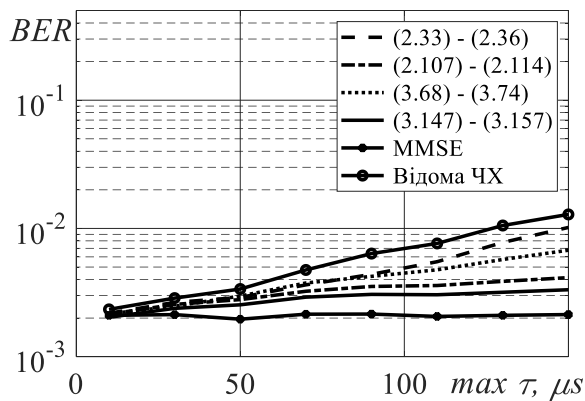


Рис. 4.5

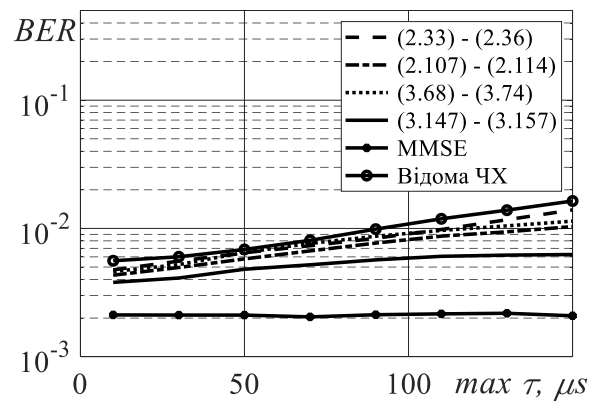


Рис. 4.6

Як видно з рисунків, збільшення довжини каналу приводить до росту кількості помилок під час передачі, що зумовлено недостатньою кількістю пілотних сигналів у структурі OFDM символів для якісного оцінювання значень ЧХ. Збільшення доплерівського зсуву вносить ще більше помилок. При цьому розроблені методи демонструють кращі результати у порівнянні з методом MMSE. На каналі з доплерівським зсувом частоти 10Гц двоетапний метод оцінювання значень ЧХ по поточному прийнятому символу (2.33) - (2.36) дозволяє зменшити кількість помилок до 20% у порівнянні з методом MMSE. Двоетапний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і значень ЧХ по поточному прийнятому символу (3.68) - (3.74) дозволяє зменшити кількість помилок до 30% у порівнянні з методом MMSE. Використання запропонованих методів з врахуванням інформації з попередніх символів (2.107) - (2.114) та (3.147) - (3.157) для

каналів з частотою Доплера 10 Гц забезпечує додаткове зменшення ймовірностей бітових помилки до 20 % та до 30% відповідно. В каналах з частотою Доплера 50 Гц, на відміну від запропонованих методів (2.33) - (2.36), (3.68) - (3.74) та (2.107) - (2.114), які зменшують ймовірності помилок до 20% у порівнянні з методом MMSE, використання методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу з врахуванням інформації із попередніх символів (3.147) - (3.157) зменшує ймовірність бітових помилок до 50%.

4.2 Аналіз обчислювальних витрат для реалізації розроблених методів

При реалізації розроблених методів оцінювання ЧХ каналу виникає завдання визначення вимог до ЦОМ по швидкодії арифметичного пристрою [18, 19, 77]. Тому, виконаємо аналіз обчислювальних витрат, які потрібні для їх реалізації.

У таблиці 4.1 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму фільтрації і екстраполяції значень ЧХ в прямому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних (2.25) - (2.28).

Таблиця 4.1

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій додавання
1	2	3	4
Екстраполяція			
$\mathbf{x}_f^*(k)$	p^2	0	$p(p-1)$
$\mathbf{P}_f^*(k)$	$2p^3$	0	$p^2(2p-1)$
Фільтрація			
$\hat{\mathbf{x}}_f(k)$	$2p$	0	$2p$
$\hat{\mathbf{P}}_f(k)$	$p^3 + p^2$	0	p^3

$\mathbf{K}_f(k)$	$2p^2 + p$	p	$p(2p-1)$
-------------------	------------	-----	-----------

Враховуючи те, що екстраполяція виконується на всіх підносійних OFDM символу, а фільтрація лише на підносійних з пілотними сигналами, загальна кількість операцій, яка потрібна для реалізації алгоритму (2.25) - (2.28), приведена в таблиці 4.2

Таблиця 4.2

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Кількість операцій при екстраполяції	$N(2p^3 + p^2)$	0	$N(2p^3 - p)$
Кількість операцій при фільтрації	$N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)$	$N_p(p)$	$N_p(p^3 + 2p^2 + p)$
Загальна кількість операцій	$N(2p^3 + p^2) +$ $+N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)$	$N_p(p)$	$N(2p^3 - p) +$ $+N_p(p^3 + 2p^2 + p)$

Аналогічна кількість операцій необхідна для реалізації алгоритму фільтрації і екстраполяції значень ЧХ в зворотньому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних (2.29) - (2.32).

У таблиці 4.3 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму фільтрації і екстраполяції значень ЧХ в часовому напрямку на одній підносійній (2.103) - (2.106).

Таблиця 4.3

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Екстраполяція			
$\mathbf{x}_t^*(k, n)$	q^2	0	$q(q-1)$

$\mathbf{P}_t^*(k, n)$	$2q^3$	0	$q^2(2q-1)$
Фільтрація			
$\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$	$2q$	0	$2q$
$\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$	$q^3 + q^2$	0	q^3
$\mathbf{K}_t(k, n)$	$2q^2 + q$	q	$q(2q-1)$

Враховуючи те, що екстраполяція виконується на всіх підносійних OFDM символу, а фільтрація лише на підносійних з пілотними сигналами, загальна кількість операцій, яка потрібна для реалізації алгоритму (2.103) - (2.106), приведена в таблиці 4.4

Таблиця 4.4

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Кількість операцій при екстраполяції	$N(2q^3 + q^2)$	0	$N(2q^3 - q)$
Кількість операцій при фільтрації	$N_p(q^3 + 3q^2 + 3q)$	$N_p(q)$	$N_p(q^3 + 2q^2 + q)$
Загальна кількість операцій	$N(2q^3 + q^2) +$ $+N_p(q^3 + 3q^2 + 3q)$	$N_p(q)$	$N(2q^3 - q) +$ $+N_p(q^3 + 2q^2 + q)$

У таблиці 4.5 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму об'єднання результатів фільтрації та екстраполяції в прямому і в зворотному напрямку (2.33) - (2.36).

Таблиця 4.5

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
$\tilde{\sigma}^2$	0	1	2
\tilde{H}	1	1	2

σ^2	0	1	2
\tilde{N}	1	1	2
Загальна кількість	2	4	8

У таблиці 4.6 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації двоетапного методу оцінювання ЧХ каналу по поточному прийнятому символу

Таблиця 4.6

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Кількість операцій на першому етапі	$2[N(2p^3 + p^2) + N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)]$	$2N_p(p)$	$2[N(2p^3 - p) + N_p(p^3 + 2p^2 + p)]$
Кількість операцій на другому етапі	$2N$	$4N$	$8N$
Загальна кількість операцій	$2[N(2p^3 + p^2) + N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)] + 2N$	$2N_p(p) + 4N$	$2[N(2p^3 - p) + N_p(p^3 + 2p^2 + p)] + 8N$
Загальна кількість операцій при $N = 1024$ $N_p = 256$ $p = 3$	163328	5632	137216

У таблиці 4.7 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму об'єднання результатів фільтрації та екстраполяції в прямому, зворотному і часовому напрямках (2.107) - (2.114).

Таблиця 4.7

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
$\tilde{\sigma}^2$	0	1	2
\tilde{H}	1	1	2
$\check{\sigma}^2$	0	1	2
\check{H}	1	1	2
$\hat{\sigma}^2$	0	1	2
\hat{H}	1	1	2
σ'^2	0	1	2
H'	1	1	2
Загальна кількість	4	8	16

У таблиці 4.8 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації двоетапного методу оцінювання ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Таблиця 4.8

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Кількість операцій на першому етапі	$2[N(2p^3 + p^2) +$ $+N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)] +$ $+N(2q^3 + q^2) +$ $+N_p(q^3 + 3q^2 + 3q)$	$2N_p(p) +$ $+N_p(q)$	$2[N(2p^3 - p) +$ $+N_p(p^3 + 2p^2 + p)] +$ $+N(2q^3 - q) +$ $+N_p(q^3 + 2q^2 + q)$
Кількість операцій на другому етапі	$4N$	$8N$	$16N$

Загальна кількість операцій	$2[N(2p^3 + p^2) + N_p(p^3 + 3p^2 + 3p)] +$ $+N(2q^3 + q^2) +$ $+N_p(q^3 + 3q^2 + 3q) +$ $+4N$	$2N_p(p) +$ $+N_p(q) +$ $+8N$	$2[N(2p^3 - p) +$ $+N_p(p^3 + 2p^2 + p)] +$ $+N(2q^3 - q) +$ $+N_p(q^3 + 2q^2 + q) +$ $+16N$
Загальна кількість операцій при $N = 1024$ $N_p = 256$ $p = 3$ $q = 3$	246016	10496	209920

У таблиці 4.9 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в прямому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних на підносійних з даними (3.22) - (3.29) .

Таблиця 4.9

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій додавання
1	2	3	4
$\mathbf{x}_f^*(k)$	p^2	0	$p(p-1)$
$\mathbf{P}_f^*(k)$	$2p^3$	0	$p^2(2p-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_f^j(k)$	$2Lp$	0	$2Lp$
$\hat{\mathbf{P}}_f^j(k)$	$L(p^3 + p^2)$	0	Lp^3
$\mathbf{K}_f^j(k)$	$L(2p^2 + p)$	$L(p)$	$Lp(2p-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_f(k)$	Lp	0	$(L-1)p$
$\hat{\mathbf{P}}_f(k)$	$2Lp^2$	0	$Lp^2 + (L-1)p^2$

У таблиці 4.10 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і

частотної характеристики каналу в прямому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних на пілотних підносійних (3.30) - (3.34) .

Таблиця 4.10

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій додавання
1	2	3	4
$\mathbf{x}_f^*(k)$	p^2	0	$p(p-1)$
$\mathbf{P}_f^*(k)$	$2p^3$	0	$p^2(2p-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_f(k)$	$2p$	0	$2p$
$\hat{\mathbf{P}}_f(k)$	$p^3 + p^2$	0	p^3
$\mathbf{K}_f(k)$	$2p^2 + p$	p	$p(2p-1)$

У таблиці 4.11 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в прямому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних (3.22) - (3.34) .

Таблиця 4.11

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Загальна кількість операцій	$N[p^2 + 2p^3 +$ $+L(p^3 + 5p^2 + 4p)] +$ $+N_p[p^3 + 3p^2 + 3p -$ $-L(p^3 + 5p^2 + 4p)]$	$(N - N_p)Lp +$ $+N_p(p)$	$N[2p^3 - p^2 - 2p +$ $+L(p^3 + 4p^2 + 2p)] +$ $+N_p[p^3 + 3p^2 + 2p -$ $-L(p^3 + 4p^2 + 2p)]$

Аналогічна кількість операцій необхідна для реалізації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в зворотньому напрямку по відношенню до масиву оброблюваних даних.

У таблиці 4.12 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в часовому напрямку на підносійних з даними (3.94) - (3.101)

Таблиця 4.12

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій додавання
1	2	3	4
$\mathbf{x}_t^*(k, n)$	q^2	0	$q(q-1)$
$\mathbf{P}_t^*(k, n)$	$2q^3$	0	$q^2(2q-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_t^j(k, n)$	$2Lq$	0	$2Lq$
$\hat{\mathbf{P}}_t^j(k, n)$	$L(q^3 + q^2)$	0	Lq^3
$\mathbf{K}_t^j(k, n)$	$L(2q^2 + q)$	$L(q)$	$Lq(2q-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$	Lq	0	$(L-1)q$
$\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$	$2Lq^2$	0	$Lq^2 + (L-1)q^2$

У таблиці 4.13 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в часовому напрямку на пілотних підносійних (3.102) - (3.106).

Таблиця 4.13

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій додавання
1	2	3	4
$\mathbf{x}_t^*(k, n)$	q^2	0	$q(q-1)$
$\mathbf{P}_t^*(k, n)$	$2q^3$	0	$q^2(2q-1)$
$\hat{\mathbf{x}}_t(k, n)$	$2q$	0	$2q$
$\hat{\mathbf{P}}_t(k, n)$	$q^3 + q^2$	0	q^3
$\mathbf{K}_t(k, n)$	$2q^2 + q$	q	$q(2q-1)$

У таблиці 4.14 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації алгоритму сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в часовому напрямку (3.94) - (3.106).

Таблиця 4.14

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Загальна кількість операцій	$N[q^2 + 2q^3 + L(q^3 + 5q^2 + 4q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 3q - L(q^3 + 5q^2 + 4q)]$	$(N - N_p)Lq + N_p(q)$	$N[2q^3 - q^2 - 2q + L(q^3 + 4q^2 + 2q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 2q - L(q^3 + 4q^2 + 2q)]$

У таблиці 4.15 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в прямому і в зворотному напрямку (3.68) - (3.74), щоб розрахувати одну гіпотезу.

Таблиця 4.15

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
$(\tilde{\sigma}^j)^2$	0	1	2
\tilde{H}^j	1	1	2
$(\check{\sigma}^j)^2$	0	1	2
\check{H}^j	1	1	2
C_{1j}	7	4	6
C_{2j}	7	4	6
\check{W}'_j	6	2	0
Загальна кількість	22	14	20

У таблиці 4.16 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу по поточному прийнятому символу

Таблиця 4.16

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Кількість операцій на першому етапі	$2\{N[p^2 + 2p^3 + L(p^3 + 5p^2 + 4p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 3p - L(p^3 + 5p^2 + 4p)]\}$	$2[(N - N_p)Lp + N_p(p)]$	$2\{N[2p^3 - p^2 - 2p + L(p^3 + 4p^2 + 2p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 2p - L(p^3 + 4p^2 + 2p)]\}$
Кількість операцій на другому етапі	$22LN$	$14LN$	$20LN$
Загальна кількість операцій	$2\{N[p^2 + 2p^3 + L(p^3 + 5p^2 + 4p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 3p - L(p^3 + 5p^2 + 4p)]\} + 22LN$	$2[(N - N_p)Lp + N_p(p)] + 14LN$	$2\{N[2p^3 - p^2 - 2p + L(p^3 + 4p^2 + 2p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 2p - L(p^3 + 4p^2 + 2p)]\} + 20LN$
Загальна кількість операцій при $N = 1024$ $N_p = 256$ $L = 4$ $p = 3$	767488	77312	616448

У таблиці 4.17 приведено число операцій, які потрібні для реалізації однієї ітерації алгоритму об'єднання результатів сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу в прямому, зворотному і часовому напрямках (3.147) - (3.157), щоб розрахувати одну гіпотезу.

Таблиця 4.17

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
$(\tilde{\sigma}^j)^2$	0	1	2
\tilde{H}^j	1	1	2
$(\tilde{\sigma}^j)^2$	0	1	2
\tilde{H}^j	1	1	2
$(\tilde{\sigma}^j)^2$	0	1	2
\hat{H}^j	1	1	2
$(\sigma'^j)^2$	0	1	2
H'^j	1	1	2
C_{1j}	7	4	6
C_{2j}	7	4	6
C_{3j}	7	4	6
C_{4j}	7	4	6
\tilde{W}'_j	10	2	0
Загальна кількість	42	26	40

У таблиці 4.18 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу з використанням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів

Таблиця 4.18

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4

Кількість операцій на першому етапі	$2\{N[p^2 + 2p^3 + L(p^3 + 5p^2 + 4p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 3p - L(p^3 + 5p^2 + 4p)]\} + N[q^2 + 2q^3 + L(q^3 + 5q^2 + 4q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 3q - L(q^3 + 5q^2 + 4q)]$	$2[(N - N_p)Lp + N_p(p)] + (N - N_p)Lq + N_p(q)$	$2\{N[2p^3 - p^2 - 2p + L(p^3 + 4p^2 + 2p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 2p - L(p^3 + 4p^2 + 2p)]\} + N[2q^3 - q^2 - 2q + L(q^3 + 4q^2 + 2q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 2q - L(q^3 + 4q^2 + 2q)]$
Кількість операцій на другому етапі	$42LN$	$26LN$	$40LN$
Загальна кількість операцій	$2\{N[p^2 + 2p^3 + L(p^3 + 5p^2 + 4p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 3p - L(p^3 + 5p^2 + 4p)]\} + N[q^2 + 2q^3 + L(q^3 + 5q^2 + 4q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 3q - L(q^3 + 5q^2 + 4q)] + 42LN$	$2[(N - N_p)Lp + N_p(p)] + (N - N_p)Lq + N_p(q) + 26LN$	$2\{N[2p^3 - p^2 - 2p + L(p^3 + 4p^2 + 2p)] + N_p[p^3 + 3p^2 + 2p - L(p^3 + 4p^2 + 2p)]\} + N[2q^3 - q^2 - 2q + L(q^3 + 4q^2 + 2q)] + N_p[q^3 + 3q^2 + 2q - L(q^3 + 4q^2 + 2q)] + 40LN$
Загальна кількість операцій при $N = 1024$ $N_p = 256$ $L = 4$ $p = 3$ $q = 3$	1188096	136448	965632

У таблиці 4.19 приведено загальну кількість операцій, які потрібні для реалізації методу MMSE для оцінювання значень ЧХ на підносійних з пілотними сигналами без урахування операцій розрахунку зворотніх матриць

Таблиця 4.19

Величина, яка обчислюється	Число операцій комплексного множення	Число операцій комплексного ділення	Число операцій комплексного додавання
1	2	3	4
Загальна кількість операцій	$2(N_p^3 + N_p^2)$	0	$2N_p^3 - N_p$
Загальна кількість операцій при $N = 1024$ $N_p = 256$	33685504	0	33554176

Для розрахунку зворотньої матриці до матриці розміром $N_p \times N_p$ необхідно виконати приблизно $2N_p^3$ комплексних арифметичних операцій [78]. Крім того після оцінки значень ЧХ на пілотних підносійних необхідно виконати інтерполяцію на підносійні з даними, що вимагає додаткових обчислювальних операцій.

Як показують результати розрахунків, розроблені методи двоетапного оцінювання ЧХ каналу та методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу вимагають на порядки меншої кількості обчислювальних операцій у порівнянні з методом MMSE.

Висновки по четвертому розділу

1. Використання розроблених методів оцінювання ЧХ каналу (2.33) - (2.36) та сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу (3.68) - (3.74), так як і використання методу MMSE (1.21), для прийняття рішень щодо переданих інформаційних символів в каналах з часом максимальної затримки 10 мкс забезпечують ймовірність бітової помилки, яка наближається до теоретично можливої. Для каналів з часом затримки 100 мкс

розроблені методи (2.33) - (2.36) та (3.68) - (3.74) забезпечують енергетичний виграш до 6 дБ, в порівнянні з використанням для оцінки ЧХ каналу методу MMSE (1.21). Розроблені методи (2.107) - (2.114) та (3.147) - (3.157), які використовують інформацію із попередніх прийнятих OFDM символів, забезпечують ймовірність бітової помилки, що також наближається до теоретично можливої в короткому каналі, але в каналі з часом затримки 100 мкс забезпечують додатковий виграш до 2 дБ у порівнянні з методами (2.33) - (2.36) та (3.68) - (3.74).

2. Значення ймовірностей бітових помилок в залежності від значення частоти Доплера в каналах з максимальним часом затримки 10 мкс, що отримані з використанням розроблених методів оцінювання ЧХ каналу (2.33) - (2.36) та сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу (3.68) - (3.74), з ростом частоти Доплера зменшуються до 10% в порівнянні зі значенням ймовірності бітової помилки, що отримане з використанням оцінки ЧХ каналу на базі методу MMSE (1.21). В каналі з максимальним часом затримки 100 мкс використання запропонованих методів оцінювання ЧХ по поточному символу зменшує ймовірність помилки до 30% для всіх значень частоти Доплера. Використання запропонованих методів з врахуванням інформації з попередніх символів (2.107) - (2.114) та (3.147) - (3.157), практично не дає додаткового покращення для каналів з малим часом затримки, але забезпечує додаткове зменшення ймовірності бітової помилки до 30 % в каналах з великим часом затримки.

3. Значення ймовірностей бітових помилок в залежності від максимального часу затримки в каналах з частотою Доплера 10 Гц, що отримані з використанням розроблених методів по поточному символу (2.33) - (2.36) та (3.68) - (3.74), зменшуються до 20% та 30% відповідно в порівнянні зі значенням ймовірності бітової помилки, отриманим при виконанні оцінки ЧХ каналу методом MMSE (1.21). Використання запропонованих методів з врахуванням інформації з попередніх символів (2.107) - (2.114) та (3.147) - (3.157) для каналів з частотою Доплера 10 Гц забезпечує додаткове

зменшення ймовірностей бітових помилки до 20 % та до 30% відповідно. В каналах з частотою Доплера 50 Гц, на відміну від запропонованих методів (2.33) - (2.36), (3.68) - (3.74) та (2.107) - (2.114), які зменшують ймовірності помилок до 20% у порівнянні з методом MMSE (1.21), використання методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу з врахуванням інформації із попередніх символів (3.147) - (3.157) зменшує ймовірність бітових помилок до 50%.

4. Обчислювальні затрати на реалізацію двоетапного методу оцінювання ЧХ по поточному прийнятому символу (2.33) - (2.36) на 30 % менші у порівнянні з затратами на реалізацію двоетапного методу оцінювання ЧХ з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (2.107) - (2.114). При цьому на реалізацію методів (2.33) - (2.36) і (2.107) - (2.114) необхідно на 2 порядки менше обчислювальних операцій у порівнянні з методом MMSE (1.21).

5. Обчислювальні затрати на реалізацію двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу (3.68) - (3.74) на 35 % менші у порівнянні з затратами на реалізацію двоетапного методу сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів (3.147) - (3.157). При цьому обчислювальні затрати на реалізацію методів (3.68) - (3.74) та (3.147) - (3.157) в 5 разів більші у порівнянні з затратами на реалізацію методів (2.33) - (2.36) і (2.107) - (2.114), та на порядок менші з затратами на реалізацію методу MMSE (1.21).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

У дисертації вирішена наукова задача, яка полягає у розробці методів двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM на базі пілотних підносійних, які використовують відомі статистичні характеристики каналу.

Основні наукові і практичні результати роботи полягають у наступному:

1. Класичні методи оцінки частотної характеристики каналів зв'язку базуються на використанні пілотних сигналів в структурі OFDM символу. Схеми розміщення пілотів залежать від умов, в яких повинна функціонувати система. Процес оцінки параметрів каналу загалом зводиться до оцінки значень частотної характеристики на пілотних підносійних і інтерполяції її значень на підносійні з даними. Але такі підходи не дають можливості оцінювати параметри довгих каналів, так як частота розміщення пілотів в структурі OFDM символу при певних значеннях затримки стає недостатньою для відновлення ЧХ.

2. Розроблено метод двоетапного оцінювання ЧХ багатопроменевого каналу для систем зв'язку на базі технології OFDM, який, так як і відомий MMSE метод оцінювання ЧХ, потребує відомих статистичних характеристик каналу. Особливістю розробленого методу являється те, що замість класичного кроку інтерполяції для оцінки ЧХ, на першому етапі з використанням авторегресійної моделі виконується фільтрація значень ЧХ на пілотних підносійних і екстраполяція значень ЧХ на інформаційні підносійні. На другому етапі, з врахуванням умовної незалежності значень ЧХ каналу, виконується об'єднання апостеріорних і екстрапольованих оцінок на кожній із підносійних, які отримані в результаті оцінки на першому етапі з двох сторін вектора спостережень.

3. Розроблено оптимальний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу, в якому на першому етапі рекурентно розраховуються апостеріорні ЩЙ для значень ЧХ каналу і проводиться розрахунок апостеріорних ймовірностей для інформаційних символів з двох сторін вектора спостережень. На другому етапі, з врахуванням умовної незалежності значень ЧХ каналу, визначаються сумісні апостеріорні ЩЙ в кожній точці оцінювання ЧХ каналу, які враховують всі спостереження в поточному OFDM символі. Пристрій для реалізації оптимального методу являється багатоканальним, кожний канал якого узгоджений з можливим значенням символу із модуляційного сузір'я

4. Розроблено квазіоптимальний метод сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ каналу. Квазіоптимальний метод отриманий шляхом гаусівської апроксимації апостеріорних ЩЙ і зводиться до розрахунку їх параметрів. Методика розрахунку апостеріорних ймовірностей в квазіоптимальному методі не змінюється. Пристрій для реалізації квазіоптимального методу також являється багатоканальним, кожний канал якого узгоджений з можливим значенням символу із модуляційного сузір'я

5. Розроблено методи двоетапного оцінювання ЧХ і двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ, які враховують спостереження з попередніх прийнятих OFDM символів. При цьому на першому етапі виконується оцінювання як по поточному символу з двох сторін так і вздовж кожної із підносійних по спостереженням з попередніх символів. На другому етапі виконується об'єднання параметрів апостеріорних ЩЙ, які отримані на першому етапі.

6. Розроблені методи двоетапного оцінювання ЧХ каналу і сумісного оцінювання інформаційних символів та ЧХ каналу не потребують виконання класичних методів інтерполяції. Це робить їх ефективнішими у порівнянні з методом MMSE, особливо в каналах з великим часом затримки сигналу. Зокрема, в каналі з максимальною затримкою 100 мкс при кількості підносійних в OFDM символі рівній 1024, серед яких кожна четверта

відведена для пілотних сигналів, розроблені методи оцінювання по поточному прийнятому OFDM символу забезпечують енергетичний виграш до 5 дБ, в порівнянні з методом MMSE. Застосування розроблених методів, які враховують оцінки із попередніх прийнятих OFDM символів, дозволяє отримати додатковий енергетичний виграш до 2 дБ. Збільшення кількості підносійних з пілотними сигналами у структурі OFDM символу підвищує енергетичний виграш.

7. Розроблені методи потребують значно менших обчислювальних затрат у порівнянні з методом MMSE. Зокрема, обчислювальні затрати на реалізацію розроблених методів двоетапного оцінювання ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів на 2 порядки менші у порівнянні з обчислювальними затратами на реалізацію методу MMSE. Розроблені методи двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і ЧХ по поточному прийнятому символу та з урахуванням оцінок із попередніх прийнятих OFDM символів потребують на порядок менше обчислювальних затрат у порівнянні з методом MMSE.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Speth M. Optimum Receiver Design for Wireless Broad-Band Systems Using OFDM—Part I / M. Speth, S. Fechtel, G. Fock, H. Meyr// IEEE Trans. On Communications. – 1999., November. – Vol. 47. – No. 11. – pp. 1668-1677. doi: 10.1109/26.803501
2. Speth M. Optimum Receiver Design for Wireless Broad-Band Systems Using OFDM—Part I / M. Speth, S. Fechtel, G. Fock, H. Meyr// IEEE Trans. On Communications. – 1999., November. – Vol. 47. – No. 11. – pp. 1668-1677. doi: 10.1109/26.803501
3. Diniz P. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation / P. Diniz – 5th ed. - Springer International Publishing, 2020. doi: 10.1007/978-3-030-29057-3
4. Куреши Ш. У. Х. Адаптивная коррекция / Ш. У. Х. Куреши // ТИИЭР. — 1985. — Т. 73, № 9. — С. 5–49.
5. Moussa A. An Overview of blind Equalization Algorithms for Digital Communications / A. Moussa, M. Pouliquen, M. Frikel, S. Bedoui, K. Abderrahim, M. M'Saad // 19th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA) - Sousse, Tunisia. – 2019. – pp. 491-496. doi: 10.1109/STA.2019.8717267
6. Шпилька А.А. Совместная интерполяция данных и фильтрация параметров многолучевого канала связи / А.А. Шпилька, С.Я. Жук // Радиоэлектроника. – 2010.– Т.53, –№1.– С.46-53. – (Известия вузов). doi: 10.20535/S0021347010010048
7. Jiang Z. Joint PSK Data Detection and Channel Estimation under Frequency Selective Sparse Multipath Channels / Z. Jiang, X. Shen, H. Wang, Z. Ding // IEEE Transactions on Communications. – 2020. doi: 10.1109/TCOMM.2020.2975172

8. Chiueh Tzi-Dar. Baseband Receiver Design for Wireless MIMO-OFDM Communications / Tzi-Dar Chiueh, Pei-Yun Tsai, I-Wei Lai - 2nd ed. - John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2012.
9. Suga N. Channel Estimation Using Matrix Factorization Based Interpolation for OFDM Systems / N. Suga, R. Sasaki, T. Furukawa // IEEE 90th Vehicular Technology Conference (VTC2019-Fall). - Honolulu, HI, USA. – 2019. – pp. 1-5. doi: 10.1109/VTCFall.2019.8891572
10. van de Beek J.-J. On channel estimation in OFDM systems / J.-J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. Wilson, P. Borjesson // IEEE 45th Vehicular Technology Conference. Countdown to the Wireless Twenty-First Century, - vol.2. – Chicago. – 1995. – pp. 815-819. doi: 10.1109/VETEC.1995.504981
11. Edfors O. OFDM channel estimation by singular value decomposition / O. Edfors, M. Sandell, J.-J. van de Beek, S. K. Wilson, P. O. Brjesson // IEEE Trans. On Communications. – 1998., July. – Vol. 46. – No. 7. – pp. 931–939. doi: 10.1109/VETEC.1996.501446
12. Вишневый С.В. Алгоритм объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации при обработке изображений / С.В. Вишневый, С.Я. Жук // Вестник НТУУ "КПИ". Серия Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2010. - №40. – С. 55-60.
13. Вишневый С.В. Объединение результатов одномерной оптимальной фильтрации при полукаузальной и некаузальной обработке гауссовских однородных изображений / С.В. Вишневый, С.Я. Жук // Вестник НТУУ "КПИ". Серия Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2011. - №45. – С. 77-83.
14. Мирончук О.Ю. Порівняння методів оцінки параметрів каналу зв'язку в OFDM системах / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Вісник Інженерної академії України – 2018. – №2. – с. 20-26.
15. Мирончук А. Ю. Метод оценивания частотной характеристики канала в OFDM системах на основе фильтрации и экстраполяции пилот-сигналов / А.Ю. Мирончук, А.А. Шпилька, С.Я. Жук // Вестник НТУУ "КПИ". Серия

Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2019. - №78. – С. 36-42. doi: 10.20535/RADAP.2019.78.36-42.

16. Myronchuk O. Two-stage Channel Frequency Response Estimation in OFDM Systems / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // Path of Science, Vol. 6, No. 2, pp. 1001-1007, – 2020. doi:http://dx.doi.org/10.22178/pos.55-1

17. Myronchuk O. Yu. Two-Stage Method for Joint Estimation of Information Symbols and Channel Frequency Response in OFDM Communication Systems / O. Yu. Myronchuk, A. A. Shpylka, S. Ya. Zhuk // Radioelectronics and Communications Systems. – 2020.- Vol. 63. – No. 8, pp. 418 - 429.

18. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; пер. с англ. под ред. Назаренко А.В. - Изд. 2-е, испр. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

19. Прокис Дж. Цифровая связь / Дж. Прокис; пер. с англ. под ред. Кловского Д.Д. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.

20. Волков Л. Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: учебно пособие / Л. Н. Волков, М. С. Немировский, Ю. С. Шинаков – М.: Эко-Трендз, 2005. – 392с.

21. Rohling H. OFDM Concepts of Future Communication Systems. - Springer.- 2011. doi: 10.1007/978-3-642-17496-42

22. Jakes W. C. Microwave Mobile Communications. New York: Wiley. - 1974

23. Нефедов В. И. Теория электросвязи: Учебник для среднего профессионального образования / В. И. Нефедов, А. С. Сигов ; под редакцией В. И. Нефедова. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 495 с.

24. Dai X. Kalman interpolation filter for channel estimation of LTE downlink in high-mobility environments / , X. Dai, W. Zhang, J. Xu, J. Mitchell, Y. Yang // J Wireless Com Network. - 2012. doi:10.1186/1687-1499-2012-232

25. Coleri S. Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems / S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, A. Bahai // IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 48, pp. 223–229, Sept. 2002. doi 10.1109/TBC.2002.804034

26. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / 4-е изд., стереотипное. — М.: Наука, 1969. — 576 с.
27. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс; пер. с англ. П.Ф. Писаренко. - М.: Издательство «Мир», 1971.
28. Box G. Time series analysis : forecasting and control / G. Box, G. Jenkins, G. Reinsel – 3rd ed. – Prentice-Hall Inc., 1994.
29. Chen L. Autoregressive Modeling of Mobile Radio Propagation Channel in Building Ruins / L. Chen, M. Loschonsky, L. Reindl // IEEE Transactions on Microwave theory and techniques, vol. 60, no. 5, pp. 1478-1489, May 2012. doi: 10.1109/TMTT.2012.2187676.
30. Taparugssanagorn A. Time-Varying Autoregressive Process for Ultra-Wideband Indoor Channel Model / A. Taparugssanagorn, L. Hentila, S. Karhu // 14th IST Mobile & Wireless Communications Summit, June 2005.
31. Howard S. Autoregressive Modeling of Wide-Band Indoor Radio Propagation / S. Howard, K. Pahlavan // IEEE Transactions on Communications, vol. 40, no. 9, pp. 1540-1552, September 1992. doi: 10.1109/26.163575.
32. Chen W. Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment / W. Chen, R. Zhang // In Proc. ICASSP. - 2004. - Vol. 4. - pp. 377-380. doi: 10.1109/ICASSP.2004.1326842.
33. Yan-bo T. OFDM channel estimation Algorithm based on Frequency-Selective and Time-Varying Channels / T. Yan-bo, G. Wan-cheng, // IEEE International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling Workshop, Wuhan, 2008, pp. 204-207, doi: 10.1109/KAMW.2008.4810461.
34. Baddour K. Autoregressive Modeling for Fading Channel Simulation / K. Baddour, N. Beaulieu // IEEE Transactions on Wireless communications, vol. 4, no. 4, pp. 1650-1662, July 2005. doi: 10.1109/TWC.2005.850327.
35. Baddour K. Autoregressive Models for Fading Channel Simulation / K. Baddour, N. Beaulieu // in Proc. IEEE Global Telecommun. Conf., vol. 2, 2001, pp. 1187–1192.

36. Служивый М. Н. Авторегрессионные модели замираний в многолучевом канале связи / М.Н. Служивый, Я.В. Куканова// Вестник УЛГТУ – 2008. - №3. – С. 44-46.
37. Fazel K. Multi-carrier and spread spectrum systems: from OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX / K. Fazel, S. Kaiser – 2nd ed. John Wiley & Sons, Ltd., 2008.
38. Hoeher P. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering / P. Hoeher, S. Kaiser, P. Robertson // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. - vol.3. – Munich. -1997. - pp. 1845-1848. doi: 10.1109/ICASSP.1997.598897
39. Мирончук О.Ю. Методи оцінки каналу в системах зв'язку з OFDM сигналами/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в АТО: матеріали 10-ї науково-практичної конференції, Київ, 9-10 листопада 2017р. / ВІПІ. – Київ, 2017. – 283с., С. 166-167.
40. Грановский В.А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В.А. Грановский, Т.Н. Сирая - Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 288 с.
41. Shen Y. Channel estimation in ofdm systems / Y. Shen, E. Martinez // in Freescale Semiconductor Application Note. - 2006.
42. Han K.-Y. Channel estimation for OFDM with fast fading channels by modified Kalman filter / K.-Y. Han, S.-W. Lee, J.-S. Lim, K.-M. Sung, // IEEE Trans. Consum. Electron. 50(2), 443–449 (2004)
43. Мирончук О.Ю. Алгоритм Калмана для оцінки частотної характеристики каналу зв'язку в OFDM системах/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил: матеріали 11-ї

науково-практичної конференції, Київ, 8-9 листопада 2018р. / ВІПІ. – Київ, 2018. – 246с., С. 150-151.

44. Myronchuk O., Shpylka O., Smolych D. Kalman filter for channel estimation in OFDM systems. The Eighth World Congress "Aviation in the XXI-st century" – "Safety in Aviation and Space Technologies", Kyiv, Ukraine, october 10-12, 2018. p 5.4.6-5.4.8

45. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. Изд-во «Советское радио». – 1971. - 328 с.

46. Мирончук О.Ю. Моделювання каналів зв'язку з заданими кореляційними властивостями/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил, Київ, 14-15 листопада 2019р. / ВІПІ. – 2019.

47. Мирончук О.Ю. Модель Джейкса для спектральної густини потужності і Допплерівського спектру процесу завмирання / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Міжнародна науково-технічна конференція «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи», Київ, 28-24 листопада 2019р. / НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського». – 2019.

48. Mikhailov E.E. Programming with MATLAB for Scientists: A Beginner's Introduction. CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC, - 2017. — 265 p.

49. Palm W.J. MATLAB for Engineering Applications. 4th Edition. — McGraw-Hill Higher Education, - 2018. — 561 p.

50. Мирончук О.Ю. Моделювання OFDM сигналів / О.Ю. Мирончук // Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті: матеріали 21-го міжнародного молодіжного форуму Том 2, Харків, 25-27 квітня 2017р. / ХНУРЕ. – Харків, 2017. – 204с., С. 135-136.

51. Dong X. Linear Interpolation in Pilot Symbol Assisted Channel Estimation for OFDM / X. Dong, W. Lu, A. C. K. Soong, // in IEEE Transactions on Wireless

Communications, vol. 6, no. 5, pp. 1910-1920, May 2007, doi: 10.1109/TWC.2007.360392.

52. Rinne J. Pilot spacing in orthogonal frequency division multiplexing systems on practical channels / J. Rinne, M. Renfors // IEEE Transactions on Consumer Electronics, 42, pp. 959–962. - 1996.

53. Hsieh M. Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels / M. Hsieh, C. Wei // IEEE Trans. Consumer Electron., vol. 44, no. 1, pp. 217-225, Feb. 1998. doi: 10.1109/30.663750

54. Kashyap S. Frequency-domain interpolation of the zero-forcing matrix in massive MIMO-OFDM / S. Kashyap, C. Mollén, E. Björnson, E. G. Larsson // IEEE 17th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Edinburgh, 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/SPAWC.2016.7536907.

55. Zhang R. Window function and interpolation algorithm for OFDM frequency-offset correction / R. Zhang, T. T. Tjhung, H. J. Hu, P. He // in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 52, no. 3, pp. 654-670, May 2003, doi: 10.1109/TVT.2003.811333.

56. Moon J. K. Performance of channel estimation methods for OFDM systems in a multipath fading channels / J. K. Moon, S. I. Choi // in IEEE Transactions on Consumer Electronics, vol. 46, no. 1, pp. 161-170, Feb. 2000, doi: 10.1109/30.826394.

57. Tsai P. Y. Frequency-domain interpolation-based channel estimation in pilot-aided OFDM systems / P. Y. Tsai, T. D. Chiueh // in Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference, vol. 1, May 2004, pp. 420–424.

58. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.

59. Dudgeon D. E. Multidimensional digital signal processing / D.E. Dudgeon, R.M. Mersereau. – Prentice Hall, 1983. – 400 p.

60. Myronchuk O. Two-stage optimal algorithm of filtration the channel frequency response in OFDM systems. / Polit. Challenges Of Science Today. Air Navigation. Electronics. Telecommunications: Abstracts of the XXth International conference of higher education students and young scientists, Kiev, 2020, p. 106.
61. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.
62. Myronchuk O. Algorithm Of Channel Frequency Response Estimation In Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems Based On Kalman Filter / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavske, Ukraine, 2020, pp. 31-34, doi: 10.1109/TCSET49122.2020.235385.
63. Васильев К. К. Методы фильтрации многомерных случайных полей / К. К. Васильев, В. Р. Крашенинников – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1990. – 126 с.
64. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой: монография / С.Я. Жук. – К.:НТУУ КПИ, 2008. – 232с.
65. Chui C. Kalman Filtering: with Real-Time Applications / C. Chui, G. Chen – 5th ed. - Springer International Publishing. - 2017. doi: 10.1007/978-3-319-47612-4
66. Grewal M.S. Kalman filtering: theory and practice using MATLAB / M.S. Grewal, A.P. Andrews. – Wiley–IEEE Press, 2008. – 592 p.
67. Woods J.W. Kalman filtering in two dimensions / J.W. Woods, V.H. Rudewan // IEEE Trans. IT–23. – 1977. – № 4. – pp. 851–860.
68. Blanchet G. Digital signal and image processing using MATLAB / G. Blanchet, M. Charbit. – ISTE, 2006. – 763 p.
69. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров - :М. - 1974. — 120 с.

70. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс // Пер с английского. Под ред. Б.Р. Левина. - Сер.: Статистическая теория связи. - Вып. 6- :М. Связь – 1976. - 496 с.
71. Васильев К.К. Математическое моделирование систем связи : учебное пособие / К. К. Васильев, М. Н. Служивый. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – 170 с.
72. Favorskaya M. N. Computer Visionin Advanced Control Systems-5: Advanced Decisions in Technical and Medical Applications. / M. N. Favorskaya, L. C. Jain - Springer – 2019.
73. Correia L.M. Mobile Broadband Multimedia Networks: Techniques, Models and Tools for 4G / L.M. Correia. - Academic Press, 2006.
74. Baringolts, T.V. Adaptive Algorithm of Maneuvering Target Tracking in Complex Jamming Situation for Multifunctional Radar with Phased Antenna Array / T.V. Baringolts, D.V. Domin, S.Y. Zhuk, V.V. Tsisarzh // Radioelectronics and Communications Systems. – 2019.- Vol. 62. – No. 7. – pp. 342-355. doi: 10.3103/s0735272719070021
75. Вишневый С.В. Двухэтапная совместная каузальная фильтрация и сегментация неоднородных изображений / С.В. Вишневый, С.Я. Жук // Радиоэлектроника. – 2011.– Т.54, –№1.– С.46-53. – (Известия вузов). doi: 10.20535/S0021347011010067
76. Вишневый С.В. Двухэтапная совместная некаузальная фильтрация и сегментация неоднородных изображений / С.В. Вишневый, С.Я. Жук // Радиоэлектроника. – 2011. – Т.54. – №10 – С.37-47. – (Известия вузов). doi: 10.20535/S0021347011100050
77. Голдсмит А. Беспроводные коммуникации. Основы теории и технологии беспроводной связи / А. Голдсмит; пер. с англ. под ред. Березовского В. А. – М.: Техносфера, 20011. – 904 с.
78. Амосов А.А. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова — М.: Высш. шк., 1994. — 544 с.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Список публікацій здобувача, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Мирончук О.Ю. Порівняння методів оцінки параметрів каналу зв'язку в OFDM системах / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Вісник Інженерної академії України – 2018. – №2. – с. 20-26.
2. Мирончук А. Ю. Метод оценивания частотной характеристики канала в OFDM системах на основе фильтрации и экстраполяции пилот-сигналов / А.Ю. Мирончук, А.А. Шпилька, С.Я. Жук // Вестник НТУУ "КПИ". Серия Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2019. - №78. – С. 36-42. doi: 10.20535/RADAP.2019.78.36-42. **(WEB OF SCIENCE)**
3. Myronchuk O. Two-stage Channel Frequency Response Estimation in OFDM Systems / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // Path of Science, Vol. 6, No. 2, pp. 1001-1007, – 2020. doi:<http://dx.doi.org/10.22178/pos.55-1>
4. Myronchuk O. Yu. Two-Stage Method for Joint Estimation of Information Symbols and Channel Frequency Response in OFDM Communication Systems / O. Yu. Myronchuk, A. A. Shpylka, S. Ya. Zhuk // Radioelectronics and Communications Systems. – 2020.- Vol. 63. – No. 8, pp. 418 - 429. **(SCOPUS)**

Список публікацій здобувача, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

5. Мирончук О.Ю. Моделювання OFDM сигналів / О.Ю. Мирончук // Радіoeлектроніка та молодь у ХХІ столітті: матеріали 21-го міжнародного молодіжного форуму Том 2, Харків, 25-27 квітня 2017р. / ХНУРЕ. – Харків, 2017. – 204с., С. 135-136.
6. Мирончук О.Ю. Методи оцінки каналу в системах зв'язку з OFDM сигналами/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в АТО: матеріали 10-ї науково-практичної конференції, Київ, 9-10 листопада 2017р. / ВІТІ. – Київ, 2017. – 283с., С. 166-167.

7. Myronchuk O., Shpylka O., Smolych D. Kalman filter for channel estimation in OFDM systems. The Eighth World Congress "Aviation in the XXI-st century" – "Safety in Aviation and Space Technologies", Kyiv, Ukraine, october 10-12, 2018. p 5.4.6-5.4.8
8. Мирончук О.Ю. Алгоритм Калмана для оцінки частотної характеристики каналу зв'язку в OFDM системах/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил: матеріали 11-ї науково-практичної конференції, Київ, 8-9 листопада 2018р. / ВІПІ. – Київ, 2018. – 246с., С. 150-151.
9. Мирончук О.Ю. Модель Джейкса для спектральної густини потужності і Допплерівського спектру процесу завмирання / О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Міжнародна науково-технічна конференція «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи», Київ, 28-24 листопада 2019р. / НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського». – 2019.
10. Мирончук О.Ю. Моделювання каналів зв'язку з заданими кореляційними властивостями/ О.Ю. Мирончук, О.О. Шпилька // Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення. Застосування підрозділів, комплексів, засобів зв'язку та автоматизації в операції Об'єднаних сил, Київ, 14-15 листопада 2019р. / ВІПІ. – 2019.
11. Myronchuk O. Algorithm Of Channel Frequency Response Estimation In Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems Based On Kalman Filter / O. Myronchuk, O. Shpylka, S. Zhuk // 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavske, Ukraine, 2020, pp. 31-34, doi: 10.1109/TCSET49122.2020.235385. **(SCOPUS)**
12. Myronchuk O. Two-stage optimal algorithm of filtration the channel frequency response in OFDM systems. / Polit. Challenges Of Science Today. Air

Navigation. Electronics. Telecommunications: Abstracts of the XXth International conference of higher education students and young scientists, Kiev, 2020, p. 106.

ДОДАТОК Б

АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан радіотехнічного факультету
Національного технічного

університету України

«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

Радіотехнічний факультет

Руслан АНТИПЕНКО



2020р.


АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи в навчальний процес
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Ми, що нижче підписалися, завідувач кафедри радіотехнічних пристроїв та систем д.т.н., проф. Жук С.Я., доцент кафедри радіотехнічних пристроїв та систем к.т.н. Чмельов В.О., доцент кафедри радіотехнічних пристроїв та систем к.т.н. Головін В.А., склали даний акт про те, що результати дисертаційної роботи Мирончука Олександра Юрійовича «Методи двоетапного оцінювання параметрів багатопроменевого каналу в системах зв'язку з технологією OFDM» використовуються в навчальному процесі кафедри радіотехнічних пристроїв та систем радіотехнічного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», а саме для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» в дисципліні «Теорія передавання інформації». Методи двоетапного оцінювання частотної характеристики каналу зв'язку та двоетапного сумісного оцінювання інформаційних символів і частотної характеристики каналу зв'язку включено до теми «OFDM модуляція».

Ефект від впровадження – підвищення якості навчання та інтенсифікація навчального процесу.

Завідувач кафедри радіотехнічних
пристроїв та систем

 Сергій ЖУК

Доцент кафедри радіотехнічних
пристроїв та систем

 Вячеслав ЧМЕЛЬОВ

Доцент кафедри радіотехнічних
пристроїв та систем

 Володимир ГОЛОВІН